

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES N°2 DU 1^{er} TRIMESTRE

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (3,5 points)

A) Soit x un réel strictement positif. On pose $a = 1 + \frac{x}{2}$ et $b = \sqrt{1+x}$.

1. Montre que $a > 1$ et $b > 1$. 0,5pt
2. Montre que $a^2 - b^2 = \frac{x^2}{4}$, puis déduis-en une comparaison entre a et b . 1pt
3. Compare alors les réels 1,001 et $\sqrt{1,002}$. 0,5pt

B) 1. Développe et réduis $(1-x)(1+x+x^2+x^3+x^4)$. 0,5pt

2. Pour $x \neq 1$, simplifie l'expression $\frac{1-x^5}{1-x}$, puis déduis-en $S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$. 1pt

EXERCICE 2 : (4 points)

A) Soient x et y deux réels tels que $0,2 < x < 0,25$ et $-1 < y < \frac{1}{2}$.

1. Encadre $P = -2y + 3$ et $Q = y^2 - 1$. (on envisagera 2 cas pour l'encadrement de Q) 1,5pt
2. Montre que $\frac{1}{25} < \frac{x}{-2y+3} < \frac{1}{8}$. 0,5pt
3. Montre que 4,5 est une valeur approchée de $\frac{1}{x}$ à 0,5 près. 0,5pt

B) Soient x et y deux réels tels que $x + y = 1$.

1. Montre que $1 - 4xy = (2x - 1)^2$, puis déduis-en que $xy \leq \frac{1}{4}$. 1pt
2. Montre alors que $x^2 + y^2 \geq \frac{1}{2}$. 0,5pt

EXERCICE 3 : (3,5 points)

A) On considère les vecteurs \vec{a}, \vec{b} et \vec{c} tels que :
$$\begin{cases} \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0} \\ 2\vec{a} - \vec{b} + 4\vec{c} = \vec{0} \end{cases}$$

Montre que les vecteurs \vec{a} et \vec{b} sont colinéaires à \vec{c} . 1pt

B) Soit $\mathcal{B} = (\vec{i}, \vec{j})$ une base du plan vectoriel \mathcal{V} . Soit les vecteurs $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j}$; $\vec{v} = 3\vec{i} + 2\vec{j}$

$\vec{w} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}$; $\vec{p} = -2\vec{i} + \vec{j}$ et $\vec{q} = m\vec{i} + 2\vec{j}$ où m est un réel.

1. Montre que (\vec{u}, \vec{v}) est une base de \mathcal{V} . 0,5pt
2. Détermine les coordonnées de \vec{i} et \vec{j} dans la base (\vec{u}, \vec{v}) . 1pt
3. Justifie que \vec{w} est un vecteur unitaire. 0,5pt
4. Détermine le réel m pour que les vecteurs \vec{p} et \vec{q} soient colinéaires. 0,5pt

EXERCICE 4 : (4 points)

A) Soit ABC un triangle de centre de gravité G .

- Démontre que pour tout point M du plan, on a : $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$. 0,5pt
- Détermine l'ensemble \mathcal{E} des points M du plan tels que $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\| = 6$. 0,75pt

B) EPS est un triangle. I est le milieu de $[EP]$; J est le point tel que $\overrightarrow{EJ} = -\overrightarrow{ES}$.

- Réalise une figure. 0,5pt
- Démontre que $\overrightarrow{IJ} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{EP} - \overrightarrow{ES}$. 0,5pt
- On note K le point tel que $2\overrightarrow{KP} + \overrightarrow{KS} = \vec{0}$.
 - Exprime \overrightarrow{PK} en fonction de \overrightarrow{PS} , puis place le point K . 0,5pt
 - Déduis-en que $\overrightarrow{IK} = \frac{1}{6}\overrightarrow{EP} + \frac{1}{3}\overrightarrow{ES}$ et que $\overrightarrow{IJ} = -3\overrightarrow{IK}$. 1pt
 - Tire une conclusion. 0,25pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)**SITUATION :**

L'unité de longueur est le mètre.

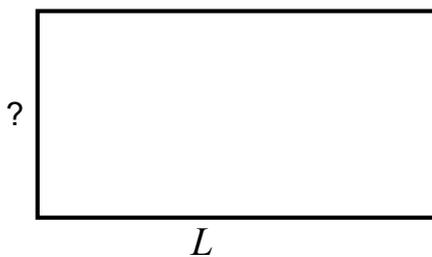
M. ATEBA dispose de trois parcelles de terrain qu'il souhaite entourer de fil barbelé dont le mètre coûte 200 FCFA chez le quincailler.

La **1^{ère} parcelle** a la forme d'un rectangle dont l'aire \mathcal{A} est comprise entre $1600m^2$ et $1625m^2$; sa longueur L est comprise entre $40m$ et $50m$.

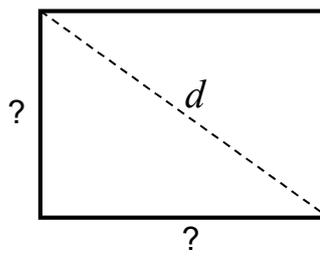
La **2^{ème} parcelle** a la forme d'un carré de diagonale d comprise entre $34m$ et $35m$.

La **3^{ème} parcelle** a la forme d'un triangle équilatéral dont une hauteur h est comprise entre $6\sqrt{3}m$ et $7\sqrt{3}m$.

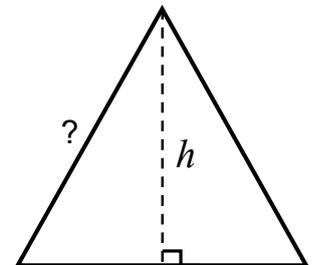
On prendra $\sqrt{2} = 1,4$



1^{ère} parcelle



2^{ème} parcelle



3^{ème} parcelle

Tâches :

- Calcule la dépense maximale de **M. ATEBA** pour entourer la **1^{ère} parcelle**. 1,5pt
- Calcule la dépense maximale de **M. ATEBA** pour entourer la **2^{ème} parcelle**. 1,5pt
- Calcule la dépense maximale de **M. ATEBA** pour entourer la **3^{ème} parcelle**. 1,5pt

Présentation générale :

0,5pt