DDES-WOURI — **Année Scolaire : 2021/2022**
LYCÉE TECHNIQUE DE DOUALA-BASSA — **Cœfficient : 3**
DÉPATERMENT DE MATHÉMATIQUES — **Durée : 2h**
ÉVALUATION SOMMATIVE LIBRE $N°1$ — **Classes :** $TleF3-A$

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Examinateur : DJAPA MKAMWA NIKER (PLEG).

Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction et de la clarté de la copie.

Exercice 1 — 6 points

On considère le polynôme P de la variable complexe z défini par : $P(z) = z^3 - (5+i)z^2 - 4(1-i)z - 12 + 12i$.

i) Démontrer que l'équation $P(z) = 0$ admet une solution imaginaire pure z_0 . **1 pt**

ii) Déterminer les nombres complexes a et b tels que : $P(z) = (z-2i)(z^2 + az + b)$. **1 pt**

iii) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 + (-5+i)z - 6(1+i) = 0$. **1.25 pt**

iv) En déduire dans $\mathbb{C}$ l'ensemble solution de l'équation $P(z) = 0$. **1 pt**

v) Placer dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ les points A,B et C d'affixes respectives $z_A = 2i$,$z_B = -1-i$ et $z_C = 6$. **0.75 pt**

vi) Calculer $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$; en déduire la nature du triangle ABC. **1 pt**

Exercice 2 — 4 points

Calculer les limites suivantes : $\lim_{x\longrightarrow+\infty} \sqrt{4x^2+1} + x$; $\lim_{x\longrightarrow-\infty} x - \sqrt{x^2+3}$;
$\lim_{x\longrightarrow+\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}+2x}{x}$; $\lim_{x\longrightarrow 0} \frac{\tan x}{x}$; $\lim_{x\longrightarrow+\infty} \sqrt{3x-2} - \sqrt{x+1}$; $\lim_{x\longrightarrow\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x - 1}{x - \frac{\pi}{2}}$.

PROBLÈME — 10 points

PARTIE A : — 4 points

On considère la fonction numérique d'une variable réelle f dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$		-4		-3		0		$+\infty$
$f(x)$	1	↗	3	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0	↘	-2

a) Donner le domaine de définition de la fonction f. **0.5 pt**

b) Quelle est l'image par f de chacun des intervalles suivants ?
$]-4;-3[$; $]-3:0]$; $]-3;+\infty[$; $]-\infty;-4]$. **2 pts**

c) Étudier les branches infinies de la fonction f. **1.5 pt**

PARTIE A : — 4 points

On considère la fonction numérique d'une variable réelle g défini par : $g(x) = \begin{cases} \frac{3x^2+5x}{x+2} & \text{pour } x \in]-\infty;-2[\\ \frac{2x^2+5x+2}{x^2+2} & \text{pour } x \in [-2;+\infty[\end{cases}$

a) Donner le domaine de définition de g. **0.5 pt**

b) Étudier la continuité de g en -2. **1 pt**

c) Justifier que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution dans l'intervalle $[-1;0]$. **1 pt**

e) Étudier les branches infinies de g en $-\infty$ et en $+\infty$. **1.5 pt**

PARTIE C : — 2 points

Montrer que pour tout réel x, on a $\cos^4 x = \frac{\cos 4x + 4\cos 2x + 3}{8}$