

Partie A-) Evaluation des ressources (15pts)

Exercice 1 : (2pts)

Démontrer par récurrence les propositions ci-dessous :

- a) $\forall n \in \mathbb{N}^* 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ (1pt)
b) $\forall n \in \mathbb{N} (\cos\theta + i\sin\theta)^n = (\cos(n\theta) + i\sin(n\theta))$ (1pt)

Exercice 2 : (7,5pts)

- 1) Ecrire plus simplement : i^{2035} ; i^{2356} (0,5×2=1pt)
2) On considère les nombres complexes Z_1, Z_2 et Z_3 définis par $Z_1 = \sqrt{3} - 3i$; $Z_2 = -2 + 2i$ et $Z_3 = \frac{Z_1}{Z_2}$
a) Ecrire Z_3 sous forme algébrique (0,5pt)
b) Ecrire Z_1, Z_2 puis Z_3 sous forme trigonométrique (1,5pt)
c) Déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$ (0,5pt)
3) Déterminer la forme algébrique de $(1 + i\sqrt{3})^{10}$ (1pt)
4) Soit les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 3 + i$; $z_B = 2i$ et $z_C = 2 - 2i$.
Calculer le module et un argument de $W = \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ et en déduire la nature du triangle ABC (1pt)
5) Déterminer l'ensemble des points $M(x; y)$ tel que $\left|\frac{z-3i}{z-2+i}\right| = 1$ avec $z = x + iy$ (0,75pt)

Exercice 3 : (3pts)

On pose pour tout nombre complexe $z \neq 2-i$ $Z' = \frac{z+1-2i}{z-2+i}$ on pose aussi $z = x + iy$ et $Z' = X' + iY'$

- 1) Exprimer X' et Y' en fonction de x et y (1,5pt)
2) Déterminer l'ensemble (Γ_1) des points $M(x; y)$ tel que Z' soit réel (0,75pt)
3) Déterminer l'ensemble (Γ_2) des points $M(x; y)$ tel que Z' soit imaginaire pur (0,75pt)

Exercice 4 : (3pts)

on considère le polynôme complexe P défini par $P(z) = z^3 - (1 + i)z^2 - (8 + 4i)z - 4 + 28i$

- 1) Vérifier que P admet une racine imaginaire pure $i\beta$ que l'on déterminera (0,75pt)
2) Déterminer trois nombres complexes a, b et c tel que $P(z) = (z - i\beta)(az^2 + bz + c)$
3) Déterminer les racines carrées de $48 + 14i$ (0,75pt)
4) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 + (1 + 3i)z - 14 - 2i = 0$ (0,5pt)

5) Déduire les solutions de $P(z) = 0$ dans $\mathbb{C}$ et la forme factorisée du polynôme P (0,5pt)

Partie B-) Evaluation des compétences (04,5pts)

M. TOUGO qui est un chasseur professionnel disposant d'un équipement de dernière génération s'en va dans une réserve pour chasser. L'  co-garde lui donne les consignes suivantes : Il ne doit que chasser les hérissons, les biches et certains gros oiseaux ; il devra donner 1000 FCFA pour chaque biche, 500 FCFA pour chaque oiseau et 750 FCFA pour chaque hérisson tué. Il ne doit pas arrêter plus de 10 animaux par espèce, il lui montre le sommet d'un arbre qui représente l'origine d'un repère bien défini et deux points A et B avec pour coordonnées $A(\sqrt{3} - 12 ; -\sqrt{3} - 12)$ et $B(\sqrt{3} + 12 ; \sqrt{3} - 12)$ en lui disant qu'il ne doit pas chasser en dehors de la zone délimitée par les points M d'affixes Z vérifiant $|\frac{Z-Z_A}{Z-Z_B}| = \frac{59}{2}$ où Z_A et Z_B sont les affixes des points A et B .

M. TOUGO se trouvant sur ce sommet aperçoit une biche au point A . Pour atteindre cet animal, il doit positionner son arme de telle sorte que l'angle obtenu avec l'axe des réels soit bien précise pour ne pas louper sa cible.

A la sortie de la chasse, on dénombre 74 pattes d'animaux plus 6 biches et plus 4 oiseaux. Il se voit alors donner une somme de 16 250 FCFA.

Taches

1  ) Détermine le nombre d'animaux tués par espèce par M. TOUGO. (1,5pt)

2  ) Détermine l'angle que M. TOUGO doit obtenir pour atteindre cette cible. (1,5pt)

3  ) Détermine l'aire que M. TOUGO doit effectuer sa chasse. (1,5pt)

« Le succès se trouve au bout de l'effort »