

**COMPOSITION N<sup>o</sup> 1 DU 1<sup>er</sup> TRIMESTRE**

*L'épreuve comporte deux parties sur deux pages.*

**Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES ..... (15 points)**

**Exercice 1 : (Géométrie analytique du plan) ..... (03.25 points)**

Le plan est rapporté à un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . On considère le cercle  $(C)$  d'équation :  $x^2 + y^2 + 2x - 19 = 0$  et  $A(1;6)$  un point situé à l'extérieur du cercle  $(C)$ .

1. (a) Déterminer les éléments caractéristiques du cercle  $(C)$ . 0.5pt
- (b) En déduire une représentation paramétrique de  $(C)$ . 0.25pt
- (c) Démontrer que les droites  $(D)$  et  $(D')$ , tangentes au cercle  $(C)$  et passant par le point  $A$  sont  $(D) : 2x + y - 8 = 0$  et  $(D') : x - 2y + 11 = 0$ . 1.5pt
2. Soit  $(D_m)$  la droite d'équation :  $2x + 3y - m = 0$  et  $B(-1;0)$ .
  - (a) Pour quelle valeur de  $m$ ,  $B \in (D_m)$ . 0.25pt
  - (b) Déterminer une équation normale de la droite  $(D_m)$ . 0.25pt
  - (c) Déterminer  $m$  pour que  $(D_m)$  et  $(C)$  soient tangents. 0.5pt

**Exercice 2 : (Equations et inéquations du second degré dans  $\mathbb{R}$ .) ..... (04.25 points)**

1. (a) Montrer que  $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 = 5 + 2\sqrt{6}$ . 0.25pt
- (b) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation  $(I) : 2x^2 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})x - \frac{\sqrt{6}}{2} < 0$ . 1pt
2. Soit  $m$  un paramètre réel. On considère dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $(E_m) : -x^2 + 8x + 7 - 4m = 0$ .
  - (a) Calculer le discriminant  $\Delta_m$  et dresser son tableau de signe. 0.5pt
  - (b) Discuter suivant les valeurs de  $m$  du nombre de solutions de l'équations  $(E_m)$ . 0.75pt
3. (a) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations :  $(E_1) : x = 2 + \sqrt{1 + 2x}$ ;  $(E_2) : -x + 5\sqrt{x} - 6 = 0$ . 1pt
- (b) Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'inéquation suivante :  $(I) : 3x - 3 \geq \sqrt{2x + 5}$ . 0.75pt

**Exercice 3 : (Systèmes d'équations linéaires dans  $\mathbb{R}^3$ ) ..... (05.75 points)**

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}^2$  puis dans  $\mathbb{R}^3$  les systèmes suivants : 1.25 + 1.5 = 2.25pts

$$(S_1) \begin{cases} x + y = 8 \\ xy = 15,75 \end{cases} \quad (S_2) \begin{cases} x - y - z = 600 \\ -x + 3y - z = 1200 \\ -x - y + 7z = 2400 \end{cases}$$

2.  $ABC$  est un triangle,  $E$  est un point du segment  $[AB]$ . La parallèle à  $(BC)$  passant par  $E$  coupe le segment  $[AC]$  en  $F$ . Le périmètre du triangle  $ABC$  est égal à  $20cm$ . On donne en  $cm$  :  $AE = x$ ,  $FC = y$ ,  $BC = 4$ ,  $AF = 3,5$  et  $BE = 4,5$ .

- (a) Montrer que  $x$  et  $y$  vérifient le système  $(S_1)$ . 1.5pt
- (b) En déduire les valeurs de  $AE$  et de  $FC$ . 0.5pt
3. Trois amis ALI, BELL et DIMA participent à un jeu et conviennent qu'à l'issue d'une partie, le perdant double la mise de chacun des deux autres. Après trois parties où chacun des trois amis a perdu une, ils se retrouvent chacun avec 2400 FCFA. En supposant que ALI a perdu la première partie, BELL la deuxième et DIMA la troisième,
- Quel était l'avoir de chacun avant le début du jeu? 1pt

**Exercice 4 : (Trigonométrie) ..... (02.25 points)**

On considère  $B(x) = \frac{\cos 3x}{\cos x} + \frac{\sin 3x}{\sin x}$  et  $C(x) = 4(1 - \sqrt{3} \sin 2x)$ , avec  $x \in ]0; 2\pi[$ .

1. Déterminer deux réels  $\alpha$  et  $\beta$  tels que :  $\cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x = \alpha \cos(2x - \beta)$ . 0.5pt
2. Démontrer que :  $B(x) = 4 \cos 2x$ . 0.75pt
3. Résoudre dans  $]0; 2\pi[$ ,  $B(x) = C(x)$ . 1pt

**Partie B : EVALUATION DES COMPÉTENCES ..... (04.5 points)**

**Etre capable de déployer un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique en faisant appel aux équations du second degré dans  $\mathbb{R}$ .**

**Situation :**

M. BALDA est un natif de Garoua. Son fils aîné vient d'être admis à l'IUT de Ngaoundéré. Deux ans plus tard il partira terminer sa formation à l'institut polytechnique de Paris en France. Pour cela, M. BALDA devra préparer une somme de **20.908.800 FCFA** exactement. Pour y arriver, BALDA vend son terrain rectangulaire au sieur MEVA. Tout ce qu'on sait de ce terrain est qu'il a une superficie de **1728 m<sup>2</sup>** et que son périmètre est de **168 m**. BALDA lui laisse le terrain au prix négocié de **10.000 FCFA le mètre carré**.

Pour réunir la somme totale de l'achat, les enfants de MEVA se répartissent équitablement la somme. Mais au moment du versement, deux enfants ne peuvent rien verser. La part de chacun des autres enfants est alors augmentée de **432.000 FCFA**. Une fois le montant de la vente en sa possession, BALDA dépose la somme totale dans un compte bloqué **pendant deux ans au taux d'intérêt annuel t %**. Tous ses avoirs lui seront reversés entièrement dans deux ans.

**Tâches :**

1. Déterminer la longueur et la largeur du terrain vendu à M. MEVA. 1.5pt
2. Trouver le nombre d'enfants de M. MEVA. 1.5pt
3. Déterminer le taux d'intérêt pour que BALDA reçoivent exactement le montant pour envoyer son fils en France. 1.5pt

**Présentation : Lisibilité, absence de fautes, résultats bien encadrés 0.5pt**

**André WEIL :** *La logique est l'hygiène des Mathématiques.*