

## COLLEGE POLYVALENT BILINGUE "Les ELITES" 'FS" RTI TNGIJAI COMPREHENSTVE SCHOOL

LES LLITES BILINGUAL COMPREHENSIVE SCHOOL	
FICHE DE TRAVAUX DIRIGES	<u>Classe</u> : T <sup>le</sup> D
DEPARTEMENT : MATHEMATIQUES	<u>Durée</u> :
TRAVAUX DIRIGES MATHS:	<u>Coef.</u> : 4
FONCTIONS NUMERIQUES	Année : 2021/2022

Po Box: 7756 **DOUALA** 

FONCTIONS NUMERIQUES

### **EXERCICE 1**

1) Etudier les limites de la fonction f en 0

a. 
$$f(x) = \frac{\sqrt{x+1}}{x}$$
 ; b.  $f(x) = \frac{\sqrt{x+9}-3}{x}$  c.  $f(x) = \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$  ;  $f(x) = \frac{\sqrt{1-x}-1}{x^2-2x}$ 

2) Calculer les limites en  $+\infty$  ou en  $-\infty$  de la fonction g dans chacun des cas suivants :

a. 
$$g(x) = x(\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 + 1})$$

**b.** 
$$g(x) = x(\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{2x^2 + 1})$$

$$c. \quad g(x) = x \left( \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} - 1 \right)$$

3) Calculer les limites suivantes :

a. 
$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2}$$

$$; b. \lim_{x \to 0} \frac{\sin x - x}{x^2}$$

c. 
$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x - x}{x^3}$$

#### **EXERCICE 2**

Soit *h* une fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $h(x) = x^3 - x^2 - x + 2$ 

- a) Etudier les variations de  $h sur \mathbb{R}$
- b) Montrer que l'équation h(x) = 0 admet une unique solution [-2; -1]

#### **EXERCICE 3**

Soit f la fonction définie sur l'intervalle [-3;6] par  $f(x) = x^3 - 12x$ 

- a) Déterminer f'(x) et dresser le tableau de variation de f
- b) Pourquoi l'équation f(x) = 30 a-t-elle des solutions dans l'intervalle [-3; 6]?
- c) Combien cette équation a-t-elle de solutions ?
- d) En donner une approximation d'amplitude  $10^{-2}$ , en utilisant la calculatrice.

## **EXERCICE 4**

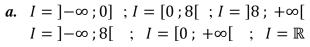
Soit g la fonction définie sur [-1;3] par  $g(x) = 0.4x^5 - 8x - 3$ 

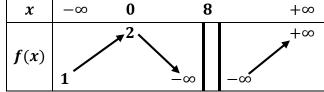
- a) Dresser le tableau des variations de g
- b) Démontrer que l'équation g(x) = 2 admet une unique solution dans l'intervalle [2;3]
- c) Déterminer une valeur approchée de cette solution à l'aide d'une calculatrice à  $10^{-2}$ près

## **EXERCICE 5**

On donne ci-dessous le tableau des variations d'une fonction h Cette fonction h est continue sur  $]-\infty$ : 8[ et sur ]8:  $+\infty$ [.

1) Dans chacun des suivants, déterminer h(I)





- 2) Montrer que la restriction de  $h \grave{a} I = [0; 8]$ 
  - est une bijection de I = [0; 8] vers un intervalle **J** que l'on précisera.
- 3) Donner en justifiant le nombre de solution de l'équation h(x) = 0
- 4) Donner en justifiant le nombre de solution de l'équation h(x) = 3

## **EXERCICE 6**

Simplifier les expressions suivantes :

a) 
$$\sqrt[5]{\sqrt[3]{4} \times \sqrt[6]{4}}$$
 ; b)  $\frac{\sqrt[15]{3} \times \sqrt[3]{9} \times (\sqrt{9})^2}{\sqrt[3]{27} \times (\sqrt{\sqrt{3}})^2}$  c)  $\left(a^2 + a^{\frac{4}{3}}b^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(b^2 + b^{\frac{4}{3}}a^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}$   $(a > 0; b > 0$  ; d)  $\frac{a - a^{\frac{1}{3}} + 2a^{\frac{1}{2}} - 3a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{6}} - 1}$   $(a > 0)$ 

$$c)\left(a^{2}+a^{\frac{4}{3}}b^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}+\left(b^{2}+b^{\frac{4}{3}}a^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} (a>0;b>0 \quad ; \quad d)\frac{a-a^{\frac{1}{3}}+2a^{\frac{1}{2}}-3a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{3}}+a^{\frac{1}{2}}-a^{\frac{1}{6}}-1} (a>0)$$

#### **EXERCICE 7**

- a) Montrer que la fonction f définie par  $f(x) = x^3 3x + 2$  est une bijection de [1;  $+\infty$ [ vers une intervalle **J** à préciser.
- **b**) Dresser le tableau de variation de  $f^{-1}$

### **EXRECICE 8**

On considère la fonction  $f(x) = x^3 + 4x^2 + 4x$ 

Démontrer en rédigeant soigneusement, que l'équation f(x) = -1 admet au moins une solution dans l'intervalle [-3;0]

#### **EXERCICE 9**

On considère le polynôme P défini pour tout réel x par  $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$ 

- 1) Etudier les variations de P
- 2) Montrer que l'équation P(x) = 0 admet dans  $\mathbb{R}$  une solution unique  $\alpha$  et que  $\alpha \in$ ]1;6;1;7[
- 3) Dresser le tableau de variation de P(x)

## **EXERCICE 10**

Soit la fonction g définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = x^3 + 3x - 2$ 

- 1) Dresser le tableau de variation de *g*
- 2) Montrer qu'il existe un réel  $\alpha$  unique tel que  $g(\alpha) = 0$ . Vérifier que 0,59 <  $\alpha$  < 0,60

### **EXERCICE 11**

Etudier les branches infinies des fonctions suivantes par :

- 
$$h(x) = 2x - \sqrt{x}$$
;  $h(x) = \sqrt[x]{\frac{x+1}{x-2}}$ ;  $h(x) = 2x - 2 + \frac{x^3 - 3x^2 + 6}{x^2 + 1}$ ;  $h(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 6}{x^2 + 1}$ 

## **EXERCICE 12**

Soit la fonction f définie par  $f(x) = x\left(\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}\right)$ . On note  $C_f$  la courbe représentative de fdans un repère orthonormé  $(0; \vec{i}; \vec{j})$ 

- 1) Montrer que f est une fonction impaire
- 2) Déterminer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.
- 3) f admet-elle un prolongement par continuité en 0 ? Justifier votre réponse.
- 4) On désigne par g la restriction de f sur l'intervalle ]0;  $+\infty[$
- 5) Montrer que la droite (D): y = x est une asymptota à la courbe de g
- 6) Calculer  $\lim_{x\to 0} \frac{g(x)-1}{x}$  et préciser l'allure de la courbe de g au voisinage du point A(0; 1)
- 7) Montrer que  $g(x) = \sqrt{x^2 + 1}$  et dresser le tableau de variation de g(x)
- 8) Construire $C_f$

# **EXERCICE 13**

Soit la fonction h définie sur [0; 1[ par  $h(x) = \sqrt{\frac{x}{1-x^2}}$ 

- a) Etudier la dérivabilité de h à droite en 0 interpréter graphiquement.
- b) Etudier les variations de h et dresser son tableau de variation
- c) Tracer la courbe représentative de la fonction h dans un repère orthonormé  $(0; \vec{i}; \vec{j})$
- d) Monter que h réalise une bijection de [0;1] sur un ensemble I à préciser
- e) Soit  $h^{-1}$  la bijection réciproque de h.  $h^{-1}$  est-elle dérivable à droite en 0 ?
- f) Déterminer  $h^{-1}(x)$ , pour tout x de I
- g) Tracer la courbe représentative de  $h^{-1}$  dans le repère  $(0; \vec{i}; \vec{j})$