	COLLEGE POLYVALENT BILINGUE "Les ELITES" *"LES ELITES" BILINGUAL COMPREHENSIVE SCHOOL*	
	FICHE DE TRAVAUX DIRIGES	Classe : Tle D
	DEPARTEMENT : MATHEMATIQUES	Durée :
Po Box : 7756 DOUALA	**TRAVAUX DIRIGES MATHS : FONCTIONS NUMERIQUES**	Coef. : 4
		Année : 2021/2022

EXERCICE 1

1) Etudier les limites de la fonction $f\ en\ 0$

a. $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}}{x}$; **b.** $f(x)=\frac{\sqrt{x+9}-3}{x}$

c. $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$; $f(x)=\frac{\sqrt{1-x}-1}{x^2-2x}$

2) Calculer les limites en $+\infty\ ou\ en-\infty$ de la fonction g dans chacun des cas suivants :

a. $g(x)=x\left(\sqrt{x^2-1}-\sqrt{x^2+1}\right)$

b. $g(x)=x\left(\sqrt{x^2-1}-\sqrt{2x^2+1}\right)$

c. $g(x)=x\left(\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}-1\right)$

3) Calculer les limites suivantes :

a. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}$; b. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x-x}{x^2}$; c. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x-x}{x^3}$

EXERCICE 2

Soit h une fonction définie sur $\mathbb{R}\ par\ \boldsymbol{h(x)=x^3-x^2-x+2}$

a) Etudier les variations de $h\ sur\ \mathbb{R}$

b) Montrer que l'équation $h(x)=0$ admet une unique solution $[-2\ ;\ -1]$

EXERCICE 3

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-3\,;6]\ par\ f(x)=x^3-12x$

a) Déterminer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f

b) Pourquoi l'équation $f(x)=30$ a-t-elle des solutions dans l'intervalle $[-3\,;6]$?

c) Combien cette équation a-t-elle de solutions ?

d) En donner une approximation d'amplitude 10^{-2}, en utilisant la calculatrice.

EXERCICE 4

Soit g la fonction définie sur $[-1\,;3\,]\ par\ g(x)=0{,}4x^5-8x-3$

a) Dresser le tableau des variations de g

b) Démontrer que l'équation $g(x)=2$ admet une unique solution dans l'intervalle $[2\,;3]$

c) Déterminer une valeur approchée de cette solution à l'aide d'une calculatrice à 10^{-2} près

EXERCICE 5

On donne ci-dessous le tableau des variations d'une fonction h Cette fonction h est continue sur $]-\infty\,;8[\ et\ \ sur\ ]8\,;\,+\infty[$.

$\boldsymbol{x}$	$-\infty$		0		8		$+\infty$
$\boldsymbol{f(x)}$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$ || $-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

1) Dans chacun des suivants, déterminer $h(I)$

a. $I=]-\infty\,;0]$; $I=[0\,;8[$; $I=]8\,;\,+\infty[$

$I=]-\infty\,;8[$; $I=[0\,;\,+\infty[$; $I=\mathbb{R}$

2) Montrer que la restriction de h à $I=[0\,;8[$ est une bijection de $I=[0\,;8[$ vers un intervalle **J** que l'on précisera.

3) Donner en justifiant le nombre de solution de l'équation $h(x)=0$

4) Donner en justifiant le nombre de solution de l'équation $h(x)=3$

EXERCICE 6

Simplifier les expressions suivantes :

a) $\sqrt[5]{\sqrt[3]{4} \times \sqrt{\sqrt[6]{4}}}$; b) $\frac{\sqrt[15]{3} \times \sqrt[3]{9} \times (\sqrt{9})^2}{\sqrt[3]{27} \times \left(\sqrt{\sqrt{3}}\right)^2}$

c) $\left(a^2 + a^{\frac{4}{3}}\, b^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} + \left(b^2 + b^{\frac{4}{3}}\, a^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}$ $(a > 0\,; b > 0$; d) $\frac{a - a^{\frac{1}{3}} + 2a^{\frac{1}{2}} - 3a^{\frac{2}{3}}}{a^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{1}{2}} - a^{\frac{1}{6}} - 1}$ $(a > 0)$

EXERCICE 7

a) Montrer que la fonction f définie par $f(x) = x^3 - 3x + 2$ est une bijection de $[1\,;\,+\infty[$ vers une intervalle **J** à préciser.

b) Dresser le tableau de variation de f^{-1}

EXRECICE 8

On considère la fonction $f(x) = x^3 + 4x^2 + 4x$

- Démontrer en rédigeant soigneusement, que l'équation $f(x) = -1$ admet au moins une solution dans l'intervalle $[-3\,;0]$

EXERCICE 9

On considère le polynôme P défini pour tout réel $x\ par\ P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 1$

1) Etudier les variations de P
2) Montrer que l'équation $P(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une solution unique α et que $\alpha \in]1\,;6\,;1\,;7[$
3) Dresser le tableau de variation de $P(x)$

EXERCICE 10

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^3 + 3x - 2$

1) Dresser le tableau de variation de g
2) Montrer qu'il existe un réel α unique tel que $g(\alpha) = 0$. Vérifier que $0{,}59 < \alpha < 0{,}60$

EXERCICE 11

Etudier les branches infinies des fonctions suivantes par :

- $h(x) = 2x - \sqrt{x}$; $h(x) = \sqrt[x]{\frac{x+1}{x-2}}$; $h(x) = 2x - 2 + \frac{}{x+2x+5}$; $h(x) = \frac{x^3-3x^2+6}{x^2+1}$

EXERCICE 12

Soit la fonction f définie par $f(x) = x\left(\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}\right)$. On note C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{\imath}\,;\,\vec{\jmath})$

1) Montrer que f est une fonction impaire
2) Déterminer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.
3) f admet-elle un prolongement par continuité en 0 ? Justifier votre réponse.
4) On désigne par g la restriction de f sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$
5) Montrer que la droite $(D): y = x$ est une asymptota à la courbe de g
6) Calculer $\lim\limits_{x \mapsto 0} \frac{g(x)-1}{x}$ et préciser l'allure de la courbe de g au voisinage du point $A(0\,;\,1)$
7) Montrer que $g(x) = \sqrt{x^2 + 1}$ et dresser le tableau de variation de g
8) ConstruireC_f

EXERCICE 13

Soit la fonction h définie sur $[0\,;1[\ par\ h(x) = \sqrt{\frac{x}{1-x^2}}$

a) Etudier la dérivabilité de h à droite en 0 interpréter graphiquement.
b) Etudier les variations de h et dresser son tableau de variation
c) Tracer la courbe représentative de la fonction h dans un repère orthonormé $(O\,;\,\vec{\imath}\,;\,\vec{\jmath})$
d) Monter que h réalise une bijection de $[0\,;1[$ sur un ensemble I à préciser
e) Soit h^{-1} la bijection réciproque de h. h^{-1} est-elle dérivable à droite en 0 ?
f) Déterminer $h^{-1}(x)$, pour tout x de I
g) Tracer la courbe représentative de h^{-1} dans le repère $(O\,;\,\vec{\imath}\,;\,\vec{\jmath})$