

	COLLEGE POLYVALENT BILINGUE "Les ELITES" "LES ELITES" BILINGUAL COMPREHENSIVE SCHOOL	
	FICHE DE TRAVAUX DIRIGES	<u>Classe</u> : Père D
	DEPARTEMENT : MATHÉMATIQUES	<u>Durée</u> :
Po Box : 7756 DOUALA	TRAVAUX DIRIGES MATHS : TRIGONOMETRIE	<u>Coef.</u> :
		Année : 2021/2022

EXERCICE 1

$$A = \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{7\pi}{8} \text{ et } B = \sin^2 \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{3\pi}{8} + \sin^2 \frac{5\pi}{8} + \sin^2 \frac{7\pi}{8}$$

- 1) Calculer $A + B$ et $A - B$
- 2) En déduire A et B

EXERCICE 2

- 1) En remarquant que $\frac{5\pi}{12} = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{4}$; calculer : $\cos \frac{5\pi}{12}$; $\sin \frac{5\pi}{12}$ et $\tan \frac{5\pi}{12}$
- 2) En déduire les valeurs exactes de : $\cos \frac{7\pi}{12}$; $\sin \frac{7\pi}{12}$ et $\tan \frac{7\pi}{12}$

EXERCICE 3

1.a) Exprimer $\cos 3x$ en fonction de $\cos x$ et $\sin 3x$ en fonction de $\sin x$. (on pourra remarquer que $3x = 2x + x$)

b) En déduire que $\tan 3x = \tan x \frac{1-3\tan^2 x}{3-\tan^2 x}$

2. Simplifier les expressions suivantes : $\frac{\sin 3x}{\sin x} + \frac{\cos 3x}{\cos x}$ et $\frac{\sin 3x}{\sin x} - \frac{\cos 3x}{\cos x}$. Après avoir précisé leur ensemble de définition.

EXERCICE 4 :

soit x le réel tel que : $\cos x = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$ et $0 < x < \frac{\pi}{2}$

- Calculer $\cos 2x$ et en déduire x

EXERCICE 5 :

1) Démontrer que, pour tout réel x :

a. $\cos^4 x = \frac{1}{8}(\cos 4x + 4\cos 2x + 3)$

b. $\sin^4 x = \frac{1}{8}(\cos 4x - 4\cos 2x + 3)$

2) Calculer : $\cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{7\pi}{8}$

EXERCICE 6

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations données. On représentera les solutions sur le cercle trigonométrique :

a) $\cos x = \frac{1}{2}$; b) $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$; c) $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; d) $\cos 2x - 5 \cos x + 3 = 0$

EXERCICE 7

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations données. On représentera les solutions sur le cercle trigonométrique :

a) $\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$; b) $\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \cos \frac{\pi}{8}$; c) $\cos x = \cos 3x$ d) $\cos \frac{x}{2} = -\frac{1}{2}$

EXERCICE 8

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations données. On représentera les solutions sur le cercle trigonométrique :

a) $\tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$; b) $\tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$; c) $\tan 2x \tan x = \left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1$

EXERCICE 9

Saisir a un réel de l'intervalle $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ tel que $\sin a = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$

- 1) Calculer $\cos 2a$, puis $\cos 4a$
- 2) a. En déduire que a est solution de l'équation (E) : $\cos 4x = -\sin x$
b. Résoudre (E) et en déduire a

EXERCICE 10

- 1) Exprimer $\cos^2 x$ et $\cos 4x$ en fonction de $\cos 2x$
- 2) a. Résoudre dans $\mathbb{R}$, puis dans $]0; 2\pi]$ l'équation $2\cos^2 x + \cos 4x - 3 = 0$
b. Représenter les points images des solutions sur le cercle trigonométrique

EXERCICE 11

- 1) Vérifier que pour tout réel x :
a) $\cos x + \sin x = \sqrt{2} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$
b) $\cos x - \sin x = \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$
- 2) Résoudre dans $\mathbb{R}$, les équations données. On représentera les solutions sur le cercle trigonométrique :
a. $\cos 2x + \sin 2x = -1$; b. $\cos 3x - \sin 3x = \sqrt{2}$

EXERCICE 12

- 1) En remarquant que $\frac{7\pi}{12} = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{3}$, calculer les valeurs exactes de $\cos \frac{7\pi}{12}$ et de $\sin \frac{7\pi}{12}$
- 2) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $(\sqrt{6} + \sqrt{2}) \cos x + (\sqrt{6} - \sqrt{2}) \sin x = 2$

EXERCICE 13

Résoudre dans l'intervalle I , chacune des équations. On représentera graphiquement l'ensemble des solutions sur le cercle trigonométrique

- a) $\cos x \geq \frac{1}{2}$ et $I =]-\pi; \pi]$; b) $\cos 2x < 0$ et $I = \mathbb{R}$; c) $\cos x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $I = [0; \pi]$

EXERCICE 14

Résoudre dans l'intervalle I , chacune des inéquations et représenter graphiquement l'ensemble des solutions sur le cercle trigonométrique.

- a) $\frac{1-2\sin x}{2\cos x-\sqrt{3}} \leq 0$ et $I = \left]-\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$; b) $\frac{2\sin 2x-1}{1+2\sin 2x} > 0$ et $I =]-\pi; \pi]$

EXERCICE 15

- 1) Résoudre dans $] -\pi; \pi]$ le système d'équation suivant : $\begin{cases} \cos 3x = 1 \\ \sin 3x = 0 \end{cases}$
- 2) a. Placer sur le cercle trigonométrique les points images des nombres réels solutions du système. On les notera I, A et B
b. Quelle est la nature exacte du triangle IAB ? Justifier votre réponse

EXERCICE 16

- 1) En utilisant les formules d'addition, exprimer le produit $\cos a$ et $\cos b$ en fonction de $\cos(a+b)$ et de $\cos(a-b)$
- 2) En posant $a+b = p$ et $a-b = q$, démontrer que : $\cos p + \cos q = 2\cos \frac{p+q}{2} \times \cos \frac{p-q}{2}$
- 3) a. Calculer $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) \times \cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ puis $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$
b. En déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$
- 4) a. Résoudre dans l'intervalle $[-\pi; \pi[$, l'équation $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$
b. Représenter les points images des solutions sur le cercle trigonométrique