LYCEE DE MADINGRING	$1^{ère}$ EVALUATION DU PREMIER TRIMESTRE	CLASSE : $1^{ère}$C
ANNEE : 2021/2022 Samedi, 16 octobre 2021	EPREUVE DE : MATHEMATIQUES	DUREE : 3 HEURES COEF : 06

L'épreuve comporte deux parties sur deux pages. La qualité de la rédaction sera prise en compte dans l'évaluation de la copie du candidat.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES **[15,5pts]**

EXERCICE 1 : 04pts (GEOMETRIE ANALYTIQUE DANS LE PLAN)

$(\mathcal{C})$ est le cercle dont une équation cartésienne est : $x^2+y^2-x-y=0$; (D), (D_1) et (D_2) sont des droites d'équations respectives : $y=-x+1$; $x-2y-4=0$ et $x=-y$.

1. Déterminer les coordonnées du centre J et la valeur du rayon du cercle $(\mathcal{C})$. **[0,5pt]**
2. Ecrire une équation cartésienne de la tangente au cercle $(\mathcal{C})$ au point $I(1;0)$ avec $I \in (\mathcal{C})$. **[0,5pt]**
3. a. calculer la distance du point J à chacune des trois droites. **[0,75pt]**
   b. En déduire la position de chacune des trois droites par rapport au cercle $(\mathcal{C})$. **[0,75pt]**
4. Donner une représentation paramétrique du cercle $(\mathcal{C})$. **[0,25pt]**
5. a. vérifier que le point $K(-1;-1)$ n'appartient pas au cercle $(\mathcal{C})$. **[0,25pt]**
   b. Déterminer les équations des tangentes au cercle $(\mathcal{C})$ passant par le point K. **[1pt]**

EXERCICE 2 : 04,5pts (TRIGONOMETRIE)

1. Soit l'équation $(E) : 4\sin^2 x - 2(\sqrt{3}+1)\sin x + \sqrt{3} = 0$
   a. Montrer que $(\sqrt{3}-1)^2 = 4-2\sqrt{3}$. **[0,25pt]**
   b. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $4t^2 - 2(\sqrt{3}+1)t + \sqrt{3} = 0$ **[0,75pt]**
   c. En déduire les solutions sur l'intervalle $[0;2\pi]$ de l'équation (E), puis placer les points images de ces solutions sur le cercle trigonométrique. **[1,5pt]**
   d. En déduire aussi la solution sur l'intervalle $[0;2\pi]$ de l'inéquation
   $4\sin^2 x - 2(\sqrt{3}+1)\sin x + \sqrt{3} < 0$. **[0,75pt]**
2. Soit l'équation $(E') : 4\sin^3 x - 2\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)\sin^2 x - (\sqrt{3}+2)\sin x + \sqrt{3} = 0$
   a. Montrer que
   $(\sin x + 1)\left[4\sin^2 x - 2(\sqrt{3}+1)\sin x + \sqrt{3}\right] = 0 \Longleftrightarrow 4\sin^3 x - 2\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)\sin^2 x - (\sqrt{3}+2)\sin x + \sqrt{3} = 0$
   [0,5pt]
   b. En déduire l'ensemble solution de (E') dans l'intervalle $[0;2\pi]$. **[0,75pt]**

EXERCICE 3 : 02,5pts (SYSTEMES LINEAIRES DANS $\mathbb{R}^3$)

1. Résoudre dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ par la méthode des déterminants le système suivant après avoir fait un changement des variables :

$$(S_1) : \begin{cases} 3|x| + 4y^2 = 25 \\ 2|x| - y^2 = 2 \end{cases}$$ **[1pt]**

2. Soit le système dans $\mathbb{R}^3$ suivant :

$$(S_2) : \begin{cases} x+y+z = 89 \\ 3x+4y+3,5z = 313 \\ 20x+5y+8z = 910 \end{cases}$$

a. Résoudre ce système par la méthode de pivot de Gauss. **[0,75pt]**

b. Une entreprise fabrique des jouets en bois qui nécessitent ; $2kg$ de bois et $3h$ de travail pour un camion ; $500g$ de bois et $4h$ de travail pour un pantin ; $800g$ de bois et $3h30$ de travail pour un chien à traîner.

Déterminer le nombre de camions, de pantins et de chiens fabriqués si on utilise exactement $91kg$ de bois, si on travaille $313h$ et si on fabrique 89 objets au total. **[0,75pt]**

EXERCICE 4 : 04,5pts

I. E est un espace vectoriel de dimension 3 sur $\mathbb{R}$; $(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})$ est une base de E ; $\overrightarrow{a_1}$, $\overrightarrow{a_2}$ et $\overrightarrow{a_3}$ sont trois vecteurs de E ayant respectivement pour coordonnés : $(1; -2; 3)$; $(5; 0; -3)$ et $(17; -4; -3)$.

1. Montrer que $(\overrightarrow{a_1}; \overrightarrow{a2})$ est une famille libre de E et conclure. **[0,75pt]**
2. Montrer que $(\overrightarrow{a_1}; \overrightarrow{a_2}; \overrightarrow{a_3})$ est une famille liée de E. **[0,75pt]**.

3.On pose $F = \{(x, y, z) \in E : x - y + z = 0\}$

Montrer que F est un sous espace vectoriel de E, puis déterminer la dimension de F et une base. **[1pt]**

II.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\sqrt{4x+1} = x - 5$. **[1pt]**
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $-x + 5 > \sqrt{x+1}$. **[1pt]**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES **[04,5pts]**

Situation :

Des jeunes étudiants doivent louer un appartement à 30 000 Frs qu'ils doivent payer équitablement, mais ne dispose que de 20 000 Frs. Soudain, ils constatent que avec la présence de deux personnes de plus, la location pourrait être réglée.

L'autre problème se trouve au niveau des factures d'électricité dont le prix du Kilowatt est de 100 Fr au 1^{er} janvier mais augmente chaque mois de x pour cent. Au mois de Mars, le Kilowatt coute ainsi 121 Fr.

Pour la nutrition, ils s'organisent comme suit : ils prévoient consommer du macabo, du patate et d'igname qui se vend en kilogramme.

- Ali, l'un de ces étudiants a acheté $1kg$ de chaque variété à 6000 Frs.
- Stéphane a acheté $1kg$ de patate et $1kg$ d'igname à 4000 Frs.
- Alex, a acheté $1kg$ de macabo et $1kg$ d'igname à 3000 Frs
- Roméo, voudrait acheter $3kg$ de macabo et dispose de 5500 Frs.

<u>Tâche 1 :</u> Quel est le montant que chaque jeune va débourser ? **[1,5pt]**
<u>Tâche 2 :</u> Quel est le prix du Kilowatt au mois d'Avril ? **[1,5pt]**
<u>Tâche 3 :</u> Roméo pourra-t-il effectuer ses achats ? **[1,5pt]**

EXAMINATEUR* : *M. KALDAOUSSA MATTHIEU (PLEG-MATHS)