L'épreuve comporte deux parties A et B. La qualité de la rédaction sera prise en charge.

PARTIE A : EVALUATION DES RESOURCES [15,5 points]

Exercice1 : [4 points]

A) θ est un nombre réel.
On considère dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ les points :
$A\begin{pmatrix} 1+2\sin\theta-\cos\theta \\ \sin\theta-2\cos\theta \end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix} 1-\cos\theta \\ 1+\sin\theta \end{pmatrix}$ et $C\begin{pmatrix} 2-\frac{3}{4}\cos\theta \\ \frac{3}{4}\sin\theta+2\cos\theta \end{pmatrix}$.
On définit les points pondérés $(A;2)$, $(B;-5)$ et $(C;4)$.

1) Justifier que la famille $\{(A;2);\ (B;-5);\ (C;4)\}$ admet un barycentre G. **[0,25 pt]**
2) (a) Montrer que $G\begin{pmatrix} 5+4\sin\theta \\ -5+4\cos\theta \end{pmatrix}$. **[1 pt]**
   (b) En déduire le lieu géométrique des points G lorsque θ varie dans $\mathbb{R}$. **[0,75 pts]**
3) On considère $\theta = 0$. Détermine les coordonnées des points A; B et C. **[0,75 pt]**

B) Déterminer la taille, l'ordre du graphe et le degré des sommets : $4 \to 0 \to 1 \to 2 \to 3$ **[1,25pt]**

Exercice2 : [3,5 points]

I) 1) On donne l'expression : $A = \sin^4(\frac{\pi}{16}) + \sin^4(\frac{3\pi}{16}) + \sin^4(\frac{5\pi}{16}) + \sin^4(\frac{7\pi}{16})$.
En remarquant que : $\frac{\pi}{16}$ et $\frac{7\pi}{16}$ d'une part ; $\frac{3\pi}{16}$ et $\frac{5\pi}{16}$ d'autre part sont complémentaires et que : $a^4+b^4 = (a^2+b^2)^2 - \frac{1}{2}(2ab)^2$. Montre que $A = \frac{3}{2}$. **[0,5 pt]**
2) Résoudre dans $[-\pi;\pi]$ l'équation : $\sqrt{3}\cos 2x - \sin 2x = \sqrt{2}$. **[1pt]**

II) Un mois après le déclenchement de l'épidemie de COVID-19, un pays a dressé le tableau statistique des personnes infectées suivant des tranches d'âges (en années) dans le tableau statistique suivant :

Tranche d'âges	[0 ;15[	[15 ;20[	[20 ;40[	[40 ;60[	[60 ;80[
Effectif des individus touchés	12	16	60	48	16

1) Déterminer l'âge moyen des individus touchés par cette épidémie. **[0,5 pt]**
2) Déterminer l'âge médian des personnes infectées au sein de la population. **[1 pt]**
3) Un groupe de deux individus avait été choisi parmi les individus de la tranche d'âges $[20;40[$ pour un traitement expérimental. De combien de façons pouvait-on effectuer un tel choix ? **[0,5 pt]**

Exercice3 : [3 points]

I) On considère un espace vectoriel réel E dont la base es $(\vec{e_1}, \vec{e_2}, \vec{e_3})$. Soient $\vec{u_1}$ et $\vec{u_2}$ tels que :
$\vec{u_1} = \vec{e_1} + 2\vec{e_2}$ et $\vec{u_2} = -\vec{e_1} + \vec{e_3}$.
1) Montrer que F l'ensemble des combinaisons linéaires des vecteurs $\vec{u_1}$ et $\vec{u_2}$ est un sous espace vectoriel de E. **[0,75 pt]**
2) Montrer que $(\vec{u_1}, \vec{u_2})$ est une base et déduire la dimension de F. **[0,5 pts]**

II) 1) Écrire en base 7 le nombre 2020. **[0,25 pt]**
2) Écrire en base 10 : **[0,75 pt]**

i) $A = \overline{2010}^{3}$. ii) $B = \overline{0002}^{3}$. iii) $C = \overline{BACC}^{16}$.

3) Effectuer les opérations suivantes : **[0,75 pt]**

i) $A = \overline{1100}^{2} \times \overline{011}^{2}$. ii) $B = \overline{22}^{3} + \overline{21}^{3}$. iii) $C = \overline{22}^{3} \times \overline{21}^{3}$.

Exercice4 : [5 points]

A) Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $u_0 = 20000$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 1,05u_n + 1000$

a) $\forall n \in \mathbb{N}$, on pose : $v_n = u_n + a$, $a \in \mathbb{R}$. Déterminer le nombre réel a pour que la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ soit géométrique. **[0,25 pt]**

b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n et calculer la limite de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$. **[0,75 pt]**

B) On considère la fonction f définie par : $f(x) = \begin{cases} \frac{4-x}{x-1} & \text{si } x < 2 \\ \frac{x^2+x-2}{x} & x \geq 2 \end{cases}$

a) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f. **[0,25 pt]**

b) Calculer $f(3)$, $f(0)$, $f(-1)$. **[0,75 pt]**

c) Calculer les limites de f à gauche et à droite en 1. **[0,5 pt]**

d) f est-elle continue en 1 ? en 2 ? **[0,5 pt]**

e) Étudier la dérivabilité de f en 2 et interpréter géométriquement le résultat. **[0,5 pt]**

f) Étudier les variations de f et dresser son tableau de variation. **[1,5 pts]**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPÉTENCES [4,5 points]

Situation : Le coffre d'un automobile est assimilé à un prisme dont les dimensions sont indiquées sur la figure.
Dans ce coffre, on veut placer une caisse en forme de parallélépipède rectangle et de volume maximal.

Tâches :

1) Déterminer l'équation de la droite (AD) dans un repère orthonormal d'origine B. **[1,5 pts]**

2) Quelles doivent être les dimensions de cette caisse ? **[1,5 pts]**

3) Déterminer le volume du coffre restant. **[1,5 pts]**