Ministère des Enseignements Sécondaires
Délégation Régionale de l'Adamaoua
Délégation Départementale du Mayo-Banyo
Lycée de Nyamboya
Département de Mathématiques

Année scolaire : **2021/2022**
Evaluation trimestrielle n° 1
Classe : **Terminale D**
Durée : **4h**
Coef : **4**

Epreuve de Mathématiques

L'épreuve comporte deux parties indépendantes A et B. La qualité de la rédaction et la présentation de la copie seront prises en compte.

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15.5 points)

Exercice 1 : [3.5 points]

Le plan complexe est muni du repère orthonormé $(0; \overrightarrow{e_1}; \overrightarrow{e_2})$. A tout nombre complexe Z, différent de $2-i$,on associe le nombre complexe $Z = \frac{z+3-2i}{z-2+i}$.
Déterminer et représenter l'ensemble des points M du plan dont l'affixe z vérifie la condition indiquée;

1- Z est un nombre réel. ***(1.5pt)***

2- Z est un nombre imaginaire pur. ***(2pts)***

Exercice 2 : [6 points]

On considère dans $\mathbb{C}$ le polynôme P défini par :$P(z) = z^3 - (1+i)z^2 - (8+4i)z - 4 + 28i$.

1- Démontrer que P admet une racine imaginaire pure que l'on notera z_0. ***(0.75pt)***

2- Déterminer trois nombres complexes a,b et c tels que $\forall z \in \mathbb{C}$, $P(z) = (z - z_0)(az^2 + bz + c)$. ***(0.75pt)***

3-a- Déterminer les racines carrées de $48 + 14i$. ***(0.75pt)***

b- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 + (1+3i)z - 14 - 2i = 0$. ***(0.75pt)***

c- En déduire toutes les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(z) = 0$. ***(0.25pt)***

4- Dans le plan complexe muni du repère orthonormé $(0; \overrightarrow{e_1}; \overrightarrow{e_2})$.On considère les points A,B et C d'affixes respectives $z_A = 2i$, $z_B = -4 - 2i$ et $z_C = 3 - i$.

a- Déterminer l'affixe du point D tel que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme. ***(0.5pt)***

b- Déterminer l'affixe du point H tel que $-3\overrightarrow{AB} + 5\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{0}$. ***(0.75pt)***

c- Déterminer sous forme algébrique $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A}$ et en déduire la nature exacte du triangle ABC. ***(1pt)***

5- Déterminer l'ensemble (Γ) des points $M(z)$ telque $|z + 4 + 2i| = |iz + 2|$. ***(0.5pt)***

Exercice 3 : [6 points]

1- On considère les nombres complexes z_1, z_2 et z_3 définis par : $z_1 = 3 + i\sqrt{3}$, $z_2 = 2 - 2i$ et $z_3 = \frac{z_1^2}{z_2}$.

a- Donner l'écriture de z_1 et z_2 sous forme exponentielle. ***(1pt)***

b- En déduire l'écriture de z_3 sous forme trigonométrique. ***(0.5pt)***

c- Donner l'écriture de z_3 sous forme algébrique. ***(0.5pt)***

d- En déduire les valeurs exactes de $cos\frac{7\pi}{12}$ et $sin\frac{7\pi}{12}$. ***(0.5pt)***

2- Linéariser $cos^5 x$. ***(0.75 pt)***

a- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $cos(5x) + 2cos(3x) + cosx = 0$. ***(1.25 pt)***

b- Déterminer les racines cubiques sous forme algébrique de $z = 8i$. ***(1.5 pt)***

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (4.5 points)

M.Sanda de Nyamboya possède trois champs de maïs dont il veut absolument clôturer par ce qu'il a été victime des dégâts causés par des animaux et des voleurs l'année dernière. Il décide donc d'utiliser le fil barbelévendu à $7000FCFA$ le rouleau de $10m$.

- Le 1^{er} terrain est formé de tous les points $M(x; y)$ du plan solution de l'équation $R_e(Z) = 0$ où $Z = \frac{z-4-6i}{z-2i}$, $z = x + iy$;
- Le 2^e terrain quant à lui est formé de tous les points $M(x; y)$ du plan vérifiant :$|z - 3 - i| = 5$, $z = x + iy$;
- Le 3^e terrain a la forme d'un rectangle dont les dimensions sont les parties réelle et imaginaire de la solution de l'équation :$(1 + 4i)z + (3 - 4i)\overline{z} = 4 - 8i$, $z = x + iy$

Tâches

1. Détermine le montant à dépenser par M.Sanda pour l'achat du fil barbelé devant permettre la clôture du 1^{er} terrain. **(1.5 pt)**
2. Détermine le montant à dépenser par M.Sanda pour l'achat du fil barbelé devant permettre la clôture du 2^e terrain. **(1.5 pt)**
3. Détermine le montant à dépenser par M.Sanda pour l'achat du fil barbelé devant permettre la clôture du 3^e terrain. **(1.5 pt)**

Epreuve proposée par : M. YANAWA Etienne.

Bonne chance ! ! !