

TOumpé Intellectual Groups

Centre National d'accompagnement à l'Excellence Scolaire au Secondaire

Enseignement Général Francophone et Anglophone – Enseignement Technique

Cours en ligne – Cours de répétitions – Cours à domicile

Direction : Yaoundé | (+237) 696382854 / 672004246 | E-mail : toumpeolivier2017@gmail.com

DIRECTION DES AFFAIRES ACADEMIQUES

INSPECTION GENERALE DES ENSEIGNEMENTS

ACADEMICS AFFAIRS DEPARTMENT

GENERAL INSPECTION OF TEACHING

CONTROLE CONTINU N° 1 DU PREMIER TRIMESTRE

Classes : Terminales D.79 | Durée : 3 heures | Coefficient : 04 | Année Scolaire : 2021/2022

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

15.5 POINTS

EXERCICE 1

05 POINTS

1. Démontrer par récurrence les propositions suivantes :

1.1. $\forall n \in \mathbb{N}^*, \sum_{k=1}^n k(n-k) = \frac{(n-1)n(n+1)}{6}$ **1pt**

1.2. $\forall a \in \mathbb{N}^*, \forall n \in \mathbb{N}^*, \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)\dots(k+a)} = \frac{1}{a \cdot a!} - \frac{n!}{a(n+a)!}$ **1pt**

1.3. $\forall x \in \mathbb{R}, \forall n \in \mathbb{N}^*, |\sin(nx)| \leq n|\sin x|$ **1pt**

2. Répondre par vrai ou par faux et justifier votre réponse avec un raisonnement mathématique

2.1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\cos\left(\frac{1}{x}\right) - 1 \right) = -\infty$ **0.5pt**

2.2. Dans $\mathbb{R}$, l'équation $4x^8 = 25$ a pour solutions $-\sqrt[4]{1,25}$ et $\sqrt[4]{1,25}$ **0.5pt**

2.3. Sur $[1; +\infty[$ la fonction $x \mapsto \frac{4x+6}{(x^2+3x+5)^2}$ a pour primitive la fonction $x \mapsto -\frac{1}{x^2+3x+5}$ **0.5pt**

2.4. La fonction $x \mapsto x^3\sqrt{1+x}$ a pour dérivée sur $[0; +\infty[$ la fonction $x \mapsto \frac{4x+3}{3^3\sqrt{(1+x)^2}}$ **0.5pt**

EXERCICE 2

05.5 POINTS

1. A l'aide du binôme de Newton, calculer le nombre complexe suivant : $Z = (2 - 3i)^4$ **0.5pt**

2. On pose $P(z) = iz^3 + (-1 - 5i)z^2 + (8 + 8i)z - 12 - 4i$

2.1. Démontrer que l'équation $P(z) = 0$ admet une solution imaginaire pure $z_0 = i\beta$ ($\beta \in \mathbb{R}$) que l'on déterminera **0.75pt**

2.2. Déterminer trois nombres complexes a , b et c tels que $P(z) = (z + 2i)(az^2 + bz + c)$ **1pt**

2.3. Calculer $(1 - i)^2$ **0.25pt**

2.4. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $iz^2 + (1 - 5i)z - 2 + 6i = 0$ **1pt**

2.5. En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $P(z) = 0$ **0.5pt**

3. On considère la suite (z_n) définie par $z_0 = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{3}{4}i$ et $\forall n \in \mathbb{N}, z_{n+1} = -(\sqrt{3} + i)z_n - 1 + i(1 + \sqrt{3})$. Montrer par récurrence que pour tout entier n , $z_n - i = 2^n e^{i\frac{7n\pi}{6}} (z_0 - i)$ **1.5pt**

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et (C_f) est la courbe représentative de la fonction f définie par $f(x) = 3\sqrt{1 - x|x|}$

1. Soit x un réel

1.1. Montrer que si $x \leq 0$ on a : $1 - x|x| \geq 0$

0.5pt

1.2. On suppose $x \geq 0$. Montrer que $1 - x|x| \geq 0 \Leftrightarrow x \in [0; 1]$

0.5pt

1.3. En déduire le domaine de définition de f

0.25pt

2. Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0

1pt

3. Etudier la dérivabilité de f en 1 puis donner une interprétation géométrique

0.75pt

4. Expliciter $f'(x)$ pour $x \in]-\infty; 0[$ puis pour $x \in [0; 1[$

1pt

5. Dresser le tableau de variations de f puis tracer (C_f)

1pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES

04.5 POINTS

Elsa veut faire des travaux dans sa résidence du village V dont elle est originaire. Ces travaux consistent au carrelage entier d'une structure en béton qui devra supporter un cubitainer d'eau (voir figure 1) et du pavage de sa cour à l'aide de carrés de côté 1dm ainsi que des triangles isocèles identiques (voir figure 2). La structure en béton est composée de quatre poteaux identiques surmontés d'une dalle. Les poteaux ont tous la forme d'un pavé droit de base un carré de côté a dm et de hauteur $(a+50)$ dm. Certains de ces poteaux sont espacés de 20dm, et d'autres de 10dm. La dalle a aussi une forme de pavé droit de hauteur 1dm. Toute la structure en béton a un volume de 1300dm^3 . Pour le pavage de la cour on souhaite utiliser moins de motifs possibles et pour cela, on cherche à maximiser l'aire de chaque triangle isocèle. La main d'œuvre pour la pose d'un mètre carré de carreaux est de 2000F, celle de la matérialisation d'un motif ayant la forme d'un triangle sur le pavage est de 20F pour 10 cm^2 . Aussi elle souhaite retrouver les affixes des points images bornes qui délimitent sa résidence en résolvant l'équation $z^3 + 2[(2 + \sqrt{2}) - (2 + \sqrt{2})i]z^2 - 16i(1 + \sqrt{2})z - 32\sqrt{2}(1 + i) = 0$

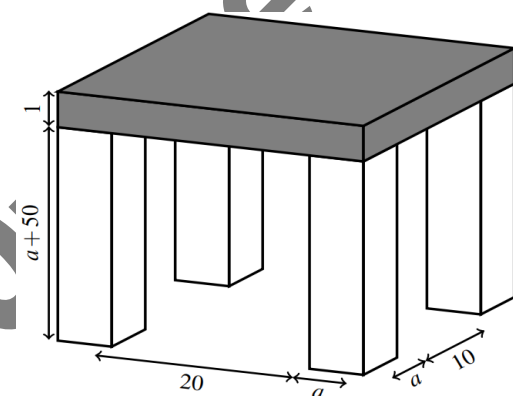


Figure 1

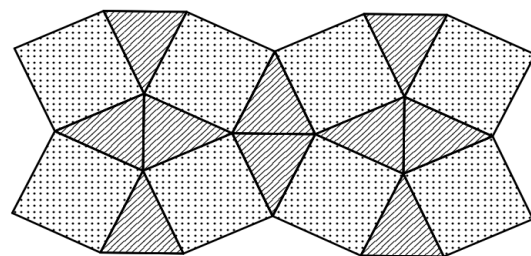


Figure 2

Tâches :

1. Quel est le coût de la main d'œuvre du carrelage de la structure en béton en assimilant a à une de ses valeurs approchées par excès à 10^{-1} près ?

1.5pt

2. Quel est le coût de la matérialisation d'un motif de forme triangulaire ?

1.5pt

3. Quelle est la surface de sa résidence ?

1.5pt