



Toupé Intellectual Groups

Centre National d'accompagnement à l'Excellence Scolaire au Secondaire

Enseignement Général Francophone et Anglophone – Enseignement Technique

Cours en ligne – Cours de répétitions – Cours à domicile

Direction : Yaoundé | (+237) 696382854 / 672004246 | E-mail : toumpeolivier2017@gmail.com

DIRECTION DES AFFAIRES ACADEMIQUES

INSPECTION GENERALE DES ENSEIGNEMENTS

ACADEMICS AFFAIRS DEPARTMENT

GENERAL INSPECTION OF TEACHING

CONTROLE CONTINU N° 1 DU PREMIER TRIMESTRE

Classes : Terminales C.E | Durée : 4 heures | Coefficient : 07 | Année Scolaire : 2021/2022

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

15.5 POINTS

EXERCICE 1

04 POINTS

1. Démontrer par récurrence les propositions suivantes :
 - 1.1. $\forall n \in \mathbb{N}^*, \sum_{k=1}^n k(n-k) = \frac{(n-1)n(n+1)}{6}$ 0.5pt
 - 1.2. $\forall a \in \mathbb{N}^*, \forall n \in \mathbb{N}^*, \sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1) \dots (k+a)} = \frac{1}{a \cdot a!} - \frac{n!}{a(n+a)!}$ 0.5pt
 - 1.3. $u = 2 + \sqrt{3}, v = 2 - \sqrt{3}, \forall n \in \mathbb{N}^*, u^n = a_n + b_n \sqrt{3}$ et $v^n = a_n - b_n \sqrt{3}$ avec $a_n, b_n \in \mathbb{N}$ 1pt
2. L'espace est muni d'un repère orthonormal direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On donne les points
 $A(-1, 2, 1); B(1, -6, -1); C(2, 2, 2); I(0, 1, -1)$
 - 2.1. Calculer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ 0.25pt
 - 2.2. Déterminer une équation cartésienne du plan (P) contenant A, B et C 0.5pt
 - 2.3. Déterminer les coordonnées du point H, projeté orthogonal de I sur (P) 0.75pt
 - 2.4. (S) est la sphère de centre I et de rayon 3. Déterminer $(P) \cap (S)$ 0.5pt

EXERCICE 2

06.5 POINTS

1. En utilisant les propriétés des congruences, montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, 9^{n+1} + 2^{6n+1}$ est divisible par 11 0.75pt
2. Soit $a = \overline{a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0}$ un entier écrit sous sa symbolisation décimale
 - 2.1. Montrer que $a \equiv \overline{a_1 a_0} [100]$ 0.5pt
 - 2.2. En déduire le chiffre des unités et des dizaines de l'entier $n = 2019^{2018^{2017}}$ 1pt
3. Soit un entier naturel M s'écrivant $\overline{xyzyx}$ dans le système décimal
 - 3.1. Montrer que M est un multiple de 11 0.5pt
 - 3.2. Déterminer x et z tels que M soit divisible par 5 et 7 0.5pt
 - 3.3. En déduire que M est un multiple de 35 0.25pt
 - 3.4. Déterminer y pour que M soit un multiple de 3 0.5pt
4. Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation suivante : $(E) : 8x + 5y = 1$ 1pt
5. Résoudre les systèmes suivants : 1.5pt

$$(S_1) : \begin{cases} 3x \equiv 1[5] \\ 5x \equiv 2[7] \end{cases} \text{ dans } \mathbb{Z} \quad (S_2) : \begin{cases} a + b = 360 \\ PGCD(a; b) = 18 \end{cases} \text{ dans } \mathbb{N}^2$$

EXERCICE 3**05 POINTS**

1. On considère le polynôme P défini par $P(z) = z^3 + z^2 - 2$
 - 1.1. Montrer que 1 est racine de $P(z)$ **0.25pt**
 - 1.2. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$ **0.75pt**
2. Dans le plan complexe P muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ on considère la droite $(\Delta) : y = 1$
 - 2.1. Vérifier que $M(z) \in (\Delta) \Leftrightarrow |z| = |z - 2i|$ **0.5pt**
 - 2.2. On pose $(\vec{u}, \overrightarrow{OM}) \equiv \beta[2\pi]$ avec $0 < \beta < \pi$. Montrer que $|z| = \frac{1}{\sin \beta}$ et que $z = \cotg \beta + i$ **0.5pt**
 - 2.3. Soit $n \in \mathbb{N}^*$ tel que $2 \leq n$ et (E') l'équation $z^n = (z - 2i)^n$
 - a) Montrer que si z est solution de (E') alors $M(z) \in (\Delta)$ **0.25pt**
 - b) Montrer que $\left(\frac{z}{z-2i} = e^{i\delta} ; \delta \neq 2k\pi\right) \Leftrightarrow z = \cotg \frac{\delta}{2} + i$ (Indication : Retrouver 2.3.a) **0.75pt**
 - c) En déduire que (E') admet exactement $n - 1$ solutions de la forme $z_k = \cotg \left(\frac{k\pi}{n}\right) + i ; 1 \leq k \leq n - 1$ **0.5pt**
 - 2.4. Montrer que l'équation (E') est équivalente à $(E'') : \sum_{k=1}^n C_n^k (-2i)^k z^{n-k} = 0$ **0.5pt**
 - 2.5. En déduire que $z_1 \times z_2 \times \dots \times z_{n-1} = \frac{(2i)^{n-1}}{n}$ **0.5pt**
 - 2.6. Montrer alors que $\sin\left(\frac{\pi}{n}\right) \times \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) \times \dots \times \sin\left(\frac{(n-1)\pi}{n}\right) = \frac{n}{2^{n-1}}$ **0.5pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES**04.5 POINTS**

L'International Standard Book Number est un numéro internationalement reconnu créé en 1970 permettant de coder tous les ouvrages édités dans le monde. Composé de 13 chiffres, les affixes des points images qui délimitent sa surface résolvent l'équation $z^3 + 2[(2 + \sqrt{2}) - (2 + \sqrt{2})i]z^2 - 16i(1 + \sqrt{2})z - 32\sqrt{2}(1 + i) = 0$.

Une étude sur le numéro ISBN : 978-2-86889-006-1 montre qu'il est décomposé comme suit :

- Une première partie N de 12 chiffres commençant par 978 ou 979. Ici en enlevant les tirets, on a : $N = 978\ 286\ 889\ 006$;
- Une seconde partie K qui représente la clé est composée de un chiffre de 1 à 9. Ici $K = 1$. On détermine la clé de la façon suivante :
 - ❖ On forme un nombre n en additionnant les chiffres du numéro ISBN après avoir multiplié par 3 les chiffres de rang pair : $n = 9 + 3 \times 7 + 8 + 3 \times 2 + 8 + 3 \times 6 + 8 + 3 \times 8 + 9 + 3 \times 0 + 0 + 3 \times 6 = 129$
 - ❖ On détermine le reste r dans la division euclidienne de n par 10 : $129 \equiv 9[10]$ et on obtient alors $r = 9$
 - ❖ On soustrait ce reste à 10 : $K = 10 - r = 10 - 9 = 1$

**Tâches :**

1. Quelle est la surface du code ISBN ? **1.5pt**
2. Vérifier la clé sur le code ISBN de l'image ci-dessus **1.5pt**
3. Quelle doit être la valeur de a pour que le code 978-2-84225-01a-1 soit un code ISBN ? **1.5pt**