Ministère des Enseignements Secondaires
GROUPE « AGIR COMPETENT »
LYCEE CLASSIQUE D'EDEA / COPOLY
Tel : 697 26 38 45 / 682 80 90 67
Responsable : T. N . AWONO MESSI

Année scolaire : 2021-2022
Epreuve : Mathématiques
Durée : 3h 09h00-12h00
Vendredi, 29 Octobre 2021

FEUILLE DE TRAVAUX DIRIGES N° 4 : CLASSE DE 1$^{\text{ère}}$C,D, TI

BARYCENTRE- LIGNES DE NIVEAU

EXERCICE 1

1. Dans chacun des cas suivants, écris G comme barycentre des points A et B affectés des coefficients a et b à déterminer :

   a) $\overrightarrow{AG} = \dfrac{2}{5}\overrightarrow{AB}$; b) $\overrightarrow{BG} + 3\overrightarrow{AB} = \vec{0}$

2. ABC est un triangle. On désigne par G le barycentre de $(A;1)$, $(B;4)$ et $(C;-3)$.

   (a) Construis le barycentre I de $(B;4)$ et $(C;-3)$.

   (b) Démontre que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GI} = \vec{0}$.

EXERCICE 2

$ABCD$ est un parallélogramme. P est le point défini par $\overrightarrow{AP} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et Q est le symétrique du milieu de $[AD]$ par rapport à A.

1. Fais une figure illustrant les données ci-dessus.
2. Recopie et complète : $P = bar \begin{array}{|c|c|} \hline A & B \\ \hline & \\ \hline \end{array}$; $Q = bar \begin{array}{|c|c|} \hline A & D \\ \hline & \\ \hline \end{array}$ et $C = bar \begin{array}{|c|c|c|} \hline A & B & D \\ \hline & & \\ \hline \end{array}$
3. Montre que les points P, Q et C sont alignés.

EXERCICE 3

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O.

Détermine et place le barycentre des points pondérés $(A;2)$, $(B;-3)$, $(C;2)$ et $(D;2)$.

Indication : On pourra utiliser le point H comme centre de gravité du triangle ACD.

EXERCICE 4

Soit ABC un triangle. Soient P, Q et R trois points tels que : $\overrightarrow{CP} = \dfrac{3}{8}\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{AQ} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BR} = \dfrac{5}{6}\overrightarrow{BC}$. Démontrer que les droites (AR), (BP) et (CQ) sont concourantes.

EXERCICE 5

On donne deux points A et B du plan tels que $AB = 5cm$. Soit I le milieu de $[AB]$. On note G le barycentre du système $\{(A,1);(B,2)\}$ et H celui du système $\{(A,2);(B,1)\}$.

1. Construis les points G et H.
2. Démontre que G et H sont symétriques par rapport à I.
3. Soit (Γ) l'ensemble des points M du plan tels que $\left(\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\right)\cdot\left(2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right) = \dfrac{299}{4}$.

(a) Détermine deux réels x et y tels que pour tout point M du plan, on ait :

$\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}=x\overrightarrow{MG}$ et $2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=y\overrightarrow{MH}$.

(b) Montre que pour tout point M du plan, on a : $\overrightarrow{MG}\cdot\overrightarrow{MH}=MI^2-\dfrac{25}{36}$.

(c) Détermine et construis (Γ).

EXERCICE 6

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. On donne les points $A(-2;3)$ et $B(4;-1)$.

1. Détermine les coordonnées du point I tel que B soit le symétrique de A par rapport à I.
2. **(a)** Montre que pour tout point M du plan, $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=MI^2-\dfrac{AB^2}{4}$.

   (b) Détermine et construis l'ensemble $\mathscr{C}$ des points M du plan tels que $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=-9$.

EXERCICE 7

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. On prendra 1cm pour graduation sur les axes.

1. Soit A un point du plan. On note G le milieu du segment $[AO]$.

   (a) Montre que pour tout point M du plan, $OM^2+AM^2=2GM^2+\dfrac{1}{2}OA^2$.

   (b) Déduis-en la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble (Γ_1) des points M du plan tels que $OM^2+AM^2=OA^2$.
2. Soit (Γ_2) l'ensemble des points $M(x,y)$ tels que $x^2+y^2-2x-4y=0$.

   (a) Montre que (Γ_2) est un cercle dont on précisera le centre G et le rayon r.

   (b) Vérifie que le point $A(2;4)$ appartient à (Γ_2) et écris une équation de la tangente (T) à (Γ_2) en ce point.

   (c) Trace (Γ_2) et (T).

EXERCICE 8

Soient A et B deux points du plan tels que $AB=5$. On désigne par I le milieu de $[AB]$.

1. Détermine l'ensemble $\mathscr{C}$ des points M du plan tels que $MA^2+MB^2=25$.
2. Détermine l'ensemble $\mathscr{D}$ des points M du plan tels que $MA^2-MB^2=0$.

EXERCICE 9

ABC est un triangle tel que $AB=\sqrt{3}$, $AC=\sqrt{2}$ et $BC=\sqrt{5}$.

1. Montre que ABC est un triangle rectangle.
2. D est le point du plan tel que $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DA}$.

   (a) Exprime D comme barycentre des points A et B affectés des coefficients que l'on précisera.

   (b) Donne la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que : $MB^2+MD^2=10$.