

*MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRE
LYCÉE DE NSAM-ÉFOULAN
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES
CLASSE:PD*

*MINISTRY OF SECONDARY EDUCATION
GHS OF NSAM -EFOULAN
DEPARTMENT OF MATHEMATICS
ANNÉE:2021-2022*

TRAVAUX DIRIGÉS:TRIGONOMÉTRIE

Exercice 1(Jeux bilingue- Bilingual game)

Traduis en anglais les expressions suivantes:

Cosinus:

Sinus:

Tangente:

Formule trigonométrique :

Equation trigonométrique :

Inéquation trigonométrique :

Ensemble solution:

Cercle trigonométrique :

Exercice 2(conversion en degrés)

Convertissez en degrés :

a) $\frac{2\pi}{3}$ rd

b) $\frac{7\pi}{6}$ rd

c) $\frac{5\pi}{3}$ rd

d) $\frac{3\pi}{4}$ rd

e) $\frac{13\pi}{12}$ rd

f) $\frac{14\pi}{9}$

Exercice 3 (conversion en radians)

Convertissez en radians :

- a) -240°
- b) 210°
- c) 135°
- d) -300°

Exercice 4(Mesure principale)

Donnez la mesure principale de :

- a) 4271°
- b) -80071°
- c) $\frac{87\pi}{4}$ rd
- d) $-\frac{905\pi}{7}$ rd

Exercice 5 (Équations trigonometriques)

Résolvez les équations suivantes sur $[0; 2\pi]$

- a) $2\cos x = 1$; $-\sin(-x) = 2$; $\tan x = 1$
- b) $\cos 2x = 1$; $\sin(3x) = 0$; $\tan x = 0$
- c) $\cos(\pi - x) = 0$; $\sin(\pi - x) = 1$; $2\tan x = 0$
- d) $\cos x + 1 = 0$; $1 - \sin(\pi + x) = 0$; $1 - \tan x = 0$

Exercice 6 (Addition, Duplication et transformation)

Cet exercice est à faire sans calculatrice !

- a) Sachant que $\cos x = 0.5$; calculez $\sin x$ et $\tan x$.
- b) Sachant que $\sin x = 0.8$, calculez $\cos x$ et $\tan x$.
- c) Sachant que $\sin x = -0.2$, calculez $\cos 2x$, $\sin 2x$ et $\tan x$.
- d) Sachant que $\tan x = -\sqrt{8}$, calculez $\tan 2x$, $\cos x$ et $\sin x$.
- e) Sachant que $\tan x = 2\sqrt{6}$, calculez $\cos x$ et $\sin x$.
- f) Sachant que $\cot x = -4\sqrt{3}$, calculez $\cos x$ et $\sin x$.

Exercice 7 (Formules Trigonometriques)

Vérifiez les identités suivantes :

- a) $\cos^4 x - \sin^4 x = \cos^2 x - \sin^2 x$
- b) $(1 + \cos x)(1 + \sin x) = \frac{1}{2}(1 + \cos x + \sin x)^2$

$$c) \sin a(1 + \tan a) + \cos a(1 + \cot a) = \frac{1}{\cos a} + \frac{1}{\sin a}$$

$$d) \tan^2 a + \cot^2 a + 2 = \frac{1}{\sin^2 a \cos^2 a}$$

$$e) \frac{1 + \sin a}{\cos a} = \frac{\cos a}{1 - \sin a}$$

$$f) \sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$$

Exercice 8 (Formules trigonometriques)

Simplifiez les expressions suivantes:

$$a) 3(\sin^4 x + \cos^4 x) - 2(\sin^6 x + \cos^6 x)$$

$$b) \sin^8 a - 2(1 - \sin^2 a \cos^2 a)^2 + \cos^8 a$$

$$c) \sin^6 x - 2 \sin^4 x + \cos^6 x + \sin^2 x - \cos^4 x$$

Exercice 9 (Formules trigonometriques)

Calculez sans calculatrice :

$$b) \frac{\cos \frac{3\pi}{5}}{\sin \frac{\pi}{10}}$$

$$c) \frac{\tan \frac{5\pi}{7}}{\cot \frac{3\pi}{14}}$$

Exercice 10 (inéquations trigonometriques)

Résolvez les inéquations suivantes sur $[0; 2\pi]$

$$a) 2\cos x < 1; \quad -\sin(-x) > 2; \quad \tan x < 1;$$

$$b) \cos 2x > 0; \quad \sin(3x) < 0; \quad \tan x > 0$$

$$c) \cos(\pi - x) < 0; \quad \sin(\pi - x) < 1; \quad 2\tan x > 0$$

$$d) \cos x + 1 < 0; \quad 1 - \sin(\pi + x) > 0; \quad 1 - \tan x > 0$$

Exercice 11 (Relations entre x et $-x$, x et $\pi - x$, x et $\pi + x$, période)

On donne :

$$A = \cos(x + 2\pi) + \cos(-x) + \sin(-x) + \cos(\pi - x) + \sin(\pi - x)$$

$$B = \tan x + \tan(\pi + x) + \tan(-x) + \tan(\pi - x) + \tan(\pi + x)$$

- 1) Montrer que $A = \cos x$ et $B = \tan x$
- 2) Dans chacun des cas ci-dessous , résoudre dans \mathbb{R} , puis dans $[0 ; 2\pi]$ et placer les images des solutions sur un cercle trigonométrique:
 - a) $A = 1$; b) $B = 1$; c) $A = 1/B$

Exercice 12 (Formule de Duplication)

On pose :

$$G(x) = \sin x \cos x \cos 2x \cos 4x \cos 8x \cos 16x \cos 32x$$

- a) Montrer que $G(x) = (1/32) \sin 32x$
- b) Résoudre dans $[0 ; 2\pi]$ l'équation : $G(x) = (1/64)$.

Exercice 13 (Équations , inéquations trigonometriques)

Nb: $(2)^{1/2}$ désigne la racine carré de 2

- 1) Calculer $[1+(2)^{1/2}]^2$.
- 2) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $4x^2 + 2 [1-(2)^{1/2}] x - (2)^{1/2} = 0$.
- 3) En déduire les solutions dans $[0 ; 2\pi]$ de l'équation et de l'inéquation suivantes, puis placer les images des solutions sur un cercle trigonométrique:
 - a) $4\sin^2 x + 2[1-(2)^{1/2}] \sin x - (2)^{1/2} = 0$.
 - b) $4\cos^2 x + 2[1-(2)^{1/2}] \cos x - (2)^{1/2} < 0$.

Exercice14 (Equations , inéquations trigonometriques)

- 1) Calculer $[(3)^{1/2} - 2]^2$.
- 2) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation :

$$2x^2 + [(3)^{1/2} + 2] x + (3)^{1/2} = 0$$
 .
- 3) En déduire la résolution de l'équation et de l'inéquation suivantes dans $[0 ; 2\pi]$, Puis placer les images des solutions sur un cercle trigonometrique:
 - a) $2\sin^2 x + [(3)^{1/2} + 2] \sin x + (3)^{1/2} = 0$.
 - b) $2\sin^2 x + [(3)^{1/2} + 2] \sin x + (3)^{1/2} > 0$.

Exercice 15(Méthode de détermination de sinus , cosinus et tangente des angles)

On pose :

$$x = \cos(\pi/5) ; y = \sin(\pi/5) \text{ et } A = \sin(2\pi/5) - \sin(3\pi/5) .$$

- 1) Exprimer $\sin(2\pi/5)$ et $\sin(3\pi/5)$ en fonction de x et y .

- 2) Justifier que $A = 0$.
- 3) En déduire que l'équation $A = 0$ est équivalente à $4x^2 - 2x - 1 = 0$.
- 4) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $A = 0$.
- 5) En déduire les valeurs exactes de $\sin(\pi/5)$, $\cos(\pi/5)$, $\sin(2\pi/5)$, $\tan(\pi/5)$; $\tan(2\pi/5)$ et $\cos(2\pi/5)$.

Exercice16 (Méthode de détermination de sinus, cosinus et tangente des angles)

On pose :

$$x = \cos(\pi/5); y = \sin(\pi/5) \text{ et } B = \cos(\pi/5) + \cos(4\pi/5)$$

- 1) Exprimer $\cos(4\pi/5)$ en fonction de x et y .
- 2) Justifier que $B = 0$, puis exprimer B en fonction de x .
- 3) Vérifier que -1 et $1/2$ sont les solutions de l'équation $B = 0$.
- 4) Montrer $B = (x+1)(2x-1)(ax^2 + bx + c)$ où a , b et c sont des réels à déterminer.
- 5) En déduire que l'équation $B = 0$ est équivalente à $4x^2 - 2x - 1 = 0$.
- 6) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $A = 0$.
- 7) En déduire les valeurs exactes de: $\sin(\pi/5)$; $\cos(\pi/5)$; $\tan(\pi/5)$; $\sin(2\pi/5)$; $\cos(2\pi/5)$; $\cos(4\pi/5)$; $\sin(4\pi/5)$ et $\tan(4\pi/5)$.

• **Compétence1 (Les rayons de la roue de Freddy)**

Freddy possède un vélo et s'amuse à connaître l'angle entre deux rayons consécutifs de son vélo. Il sait que ses deux roues possèdent 20 rayons chacun. Un MECANICIEN(Scientifique évidemment) lui fait comprendre que l'angle moyen entre deux roues consécutifs varie en fonction du poids.

10° à 20° pour un poids variant entre 1 et 35 ; 5° à 10° pour un poids variant entre 35 et 75 ; 1° à 5° pour un poids variant entre 75 et 120 . Freddy monte sur la balance et voit l'aiguille s'arrêter sur 34.

1)Tâche1 : Déterminer l'angle entre deux rayons consécutifs des deux roues du vélo de Freddy et dire si le vélo peut supporter son poids .

2)Tâche2 : Ses roues peuvent-elles supporter le poids de Freddy et son petit frère qui pèse 5 de moins que Freddy ?

3) **Tâche3** :Déterminer le nombre de rayons au minimum et au maximum qu'il lui faut pour qu'il puisse porter son père qui pèse 15 de plus que lui .

- **Compétence 2(Rayons d'une roue de la moto de Jules)**

Les rayons de la moto de Jules sont disposés de telle sorte que la distance entre les extrémités supérieures du premier rayon(R1)et du 3eme rayon (R3) Soit égale à 1 cm . Le rayon R1 est horizontal et son extrémité supérieur est orienté vers la droite.

1)**Tâche1** :Déterminer l'angle entre deux rayons consécutifs d'une roue de la moto de Jules.

2)**Tâche2** : Déterminer le nombre de rayons nécessaires que peut contenir les deux roues de la moto de Jules.

3)**Tâche3** : Déterminer la longueur des rayons des roues de la moto de Jules .

M.DIFAYA