

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES N°1 DU 1^{er} TRIMESTRE

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (3 points)

A) On considère le polynôme P défini par $P(x) = 2x^2 + (\sqrt{2} - \sqrt{3})x - \frac{\sqrt{6}}{2}$.

1. Vérifie que le polynôme P admet deux racines distinctes. 0,5pt
2. Montre que $\frac{\sqrt{3}}{2}$ est une racine du polynôme P . 0,5pt
3. En utilisant la somme ou le produit des racines, déduis-en l'autre racine. 0,5pt

B) On considère le polynôme f défini pour tout réel x par $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 4x + 3$.

On désigne par a, b et c les racines distinctes du polynôme f et on pose $X = a + b + c$
 $Y = ab + bc + ac$; $Z = abc$ et $W = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$.

1. Montre en détaillant les étapes de tes calculs que $X = 4$; $Y = -4$ et $Z = 3$. 1pt
2. Déduis-en la valeur de W . 0,5pt

EXERCICE 2 : (3,5 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Soit $\mathcal{C}$ le cercle d'équation cartésienne $x^2 + y^2 + x - 2y - 5 = 0$. On donne les points $A(-2; 3)$ et $K(2; 6)$.

1. Détermine le centre Ω et le rayon r de $\mathcal{C}$. Trace $\mathcal{C}$. 1pt
2. Vérifie que $A \in \mathcal{C}$ et écris une équation de la tangente (T) à $\mathcal{C}$ en A . 0,75pt
3. (a) Montre que K est un point extérieur au cercle $\mathcal{C}$. 0,5pt
(b) Détermine une équation du cercle (Γ) de diamètre $[\Omega K]$. Trace (Γ) . 0,75pt
(c) Déduis-en les coordonnées des points de contact des tangentes à $\mathcal{C}$ issues du point K . 0,5pt

EXERCICE 3 : (3 points)

1. Résous dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $(I) : \sqrt{4-x} \leq x-2$. 1pt
2. Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E) : \frac{24}{x^2} + \frac{1}{x} - 6,5 = 0$. 1pt
3. **TINA** a utilisé 651 pièces de taille identique pour monter un circuit électronique sur une planche rectangulaire de 60cm de long sur 40cm de large. Il a régulièrement espacé les pièces suivant des rangées parallèles aux côtés de la planche. Les rangées extrêmes sont sur les bords de la planche avec une pièce à chaque extrémité.
Calcule la distance commune entre deux rangées consécutives dans les deux sens. 1pt

EXERCICE 4 : (5 points)

A) ABC est un triangle rectangle isocèle en A tel que $AB = 4\text{cm}$.

G est le point tel que $\overrightarrow{AG} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. On désigne par (Σ) l'ensemble des points M du plan tels que : $\|\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = 4$.

1. Fais une figure. 0,5pt

2. Ecris G comme barycentre des points A, B et C affectés des coefficients à préciser. 0,5pt

3. Montre que $C \in (\Sigma)$, puis détermine et construis (Σ) . 1pt

B) m est un paramètre réel.

Résous dans $\mathbb{R}^2$ le système $(S): \begin{cases} mx - y = 1 \\ -x + my = m^2 \end{cases}$ 1,5pt

C) Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Détermine l'équation du cercle (Γ) qui est tangent aux droites $(\mathcal{D}): 4x - 3y + 10 = 0$ et

$(\mathcal{L}): 4x - 3y - 30 = 0$ et dont le centre Ω est situé sur la droite d'équation $y = -2x$. 1,5pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

SITUATION :

M. ATEBA est cultivateur dans une localité du Cameroun. Il dispose de trois champs :

- ✓ Le premier champ est formé par l'ensemble des points M du plan tels que $MA^2 + MB^2 = 225$ où A et B sont deux points distincts tels que $AB = 5\sqrt{2}m$. Il souhaiterait y cultiver du poivre blanc à raison de 30 plants pour $20m^2$. Un plant de poivre blanc coûte 200 **FCFA** ;
- ✓ Le deuxième champ a la forme d'un triangle rectangle d'aire $429m^2$ et d'hypoténuse $72,5m$. Pour empêcher aux animaux en divagation de détruire ses cultures, il souhaiterait entourer ce champ de fil barbelé vendu à 750 **FCFA** le mètre en y laissant une entrée de $2m$;
- ✓ Le troisième champ a la forme d'un rectangle. Il souhaiterait y construire une petite case pour la conservation des outils agricoles. Pour construire la charpente de cette case, il achète dans le premier magasin : 20 lattes, 15 tôles ondulées et 5 chevrons pour un montant total de 134.500 **FCFA** ; le deuxième magasin : 10 lattes, 20 tôles ondulées et 5 chevrons pour un montant total de 143.500 **FCFA** ; le troisième magasin : 10 lattes, 25 tôles ondulées et 5 chevrons pour un montant total de 170.500 **FCFA**.

Tâches :

1. Détermine la somme d'argent à prévoir par M. ATEBA pour l'achat des plants de poivre blanc afin de couvrir tout son champ. 1,5pt
2. Détermine la somme d'argent à prévoir par M ATEBA pour l'achat du fil barbelé. 1,5pt
3. Détermine le prix d'une latte, d'une tôle ondulée et celui d'un chevron. 1,5pt

Présentation générale : 0,5pt