EPREUVE DE MATHÉMATIQUES N°1 DU 1^{er} TRIMESTRE

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (3 points)

1. Développe et réduis $(2 + \sqrt{5})^2$, puis $(2 - \sqrt{5})^2$. 1pt
2. Montre que $X = \sqrt{9 + 4\sqrt{5}} - \sqrt{9 - 4\sqrt{5}}$ est un entier naturel. 0,5pt
3. Démontre que pour tous $a, b \in \mathbb{R}_+^*$, on a : $\left(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}}\right)^2 = \frac{(a-b)^2}{ab}$. 1pt
4. Trouve un entier relatif x tel que : $10^{10} \times \frac{1}{10^{3x}} = 100 \times 10^x$. 0,5pt

EXERCICE 2 : (3,5 points)

1. On donne les réels suivants : $A = \frac{\frac{7}{4} - \frac{3}{4} \times \frac{5}{9}}{\frac{1}{2} + \frac{5}{4} \div \frac{3}{4}}$ et $B = \frac{81 \times 10^{-5} \times 14 \times (10^2)^3}{7 \times 10^4}$.
 - (a) Calcule A et donne le résultat sous la forme d'une fraction irréductible. 0,75pt
 - (b) Calcule B et donne son écriture scientifique, puis son écriture décimale. 0,75pt
2. x et y sont deux réels qui vérifient : $\frac{4}{3} < x < 4$ et $-5 < y < -2$.
 - (a) Encadre $P = -3x + y$, puis $Q = xy$. 1pt
 - (b) Montre que $\frac{5}{4} < \frac{y^2 + 1}{x} < \frac{39}{2}$. 1pt

EXERCICE 3 : (5 points)

1. Sachant que le nombre $S = 3,1515151515\dots$ a une partie décimale illimitée et périodique, donne son écriture sous la forme d'une fraction irréductible. 1pt
2. Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation et les inéquations suivantes :
 - a) $|x - 2| = \frac{3}{2}$; b) $|x + 1| \leq 3$; c) $|x - 2| > 1$ 1,5pt
3. Montre par l'absurde que si $r \in \mathbb{Q}$ et $x \notin \mathbb{Q}$, alors $r + x \notin \mathbb{Q}$. 0,75pt
4. Soit p un réel positif.
 - (a) Montre que $\sqrt{p+1} - \sqrt{p}$ est l'inverse de $\sqrt{p+1} + \sqrt{p}$. 0,5pt
 - (b) Calcule alors $T = \frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{63} + \sqrt{64}}$. 0,75pt
5. Ecris plus simplement $X = \frac{9^{n+1} + 9^n}{3^{2n+1} - 3^{2n}}$. 0,5pt

EXERCICE 4 : (4,5 points)

Soit ABC un triangle et I le milieu de $[BC]$. Soient les points G et K vérifiant $\overrightarrow{GA} + 2\overrightarrow{GB} = \vec{0}$ et $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$.

1. Montre que $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$. 0,5pt
2. Construis les points G et K . 0,5pt
3. Montre que les droites (GK) et (BC) sont parallèles. 1pt
4. (a) Construis le point J vérifiant $\overrightarrow{AJ} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AK}$. 0,5pt
 (b) Montre que les points A, I et J sont alignés. 1pt
5. Soit M le point tel que $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. Montre que M est le milieu de $[AI]$. 1pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)**SITUATION :**

Rappel : Soient a et b deux réels et ε un réel strictement positif. b est une valeur approchée de a à ε près signifie que $|a - b| \leq \varepsilon$.

M. BELL possède un terrain rectangulaire dont la longueur mesure $49m$ à $1m$ près. La largeur de ce terrain est égale à $33m$ à $1m$ près. Il veut entourer son terrain d'une clôture tout en laissant trois ouvertures de largeur comprise entre $3m$ et $4m$.

Pour réaliser sa clôture, il va utiliser des panneaux de bois mis bout à bout. Chaque panneau mesure entre $4m$ et $5m$.

Tâches :

1. Donne un encadrement du périmètre du terrain. 1,5pt
2. Donne un encadrement de la longueur de la clôture nécessaire. 1,5pt
3. Donne un encadrement du nombre n de panneaux nécessaire à la réalisation de la clôture. 1,5pt

Présentation générale : 0,5pt