COLLÈGE François-Xavier VOGT B.P. : 765 Ydé – Tél. : 222 31 54 28 e-mail : collegevogt@yahoo.fr		Année scolaire 2020-2021
Département de Mathématiques	SESSION INTENSIVE	Date : 24 novembre 2020

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Niveau : 1ère D & TI Durée : 03 heures

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES

Exercice 1 3pts

Soit $P(x)$ le polynôme défini par : $P(x) = -x^3 + (2-\sqrt{2})x^2 + (5+\sqrt{2})x - 6(1-\sqrt{2})$

1. Vérifie que $1-\sqrt{2}$ est une racine de $P(x)$. 0,5pt
2. Déterminer a, b et c tels que $P(x) = (x-1+\sqrt{2})(ax^2+bx+c)$ 0,75pt
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$. En déduire dans $\mathbb{R}$ les solutions de l'équation : 0,5ptx2
$-x^6 + (2-\sqrt{2})x^4 + (5+\sqrt{2})x^2 - 6(1-\sqrt{2}) = 0$
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $\frac{x-1+\sqrt{2}}{\sqrt{-x^2+x+6}} \leq 0$ 0,75pt

Exercice 2 4pts

On donne les systèmes suivants

$$S_1\begin{cases} x+my=-2 \\ (m-2)x-y=3 \end{cases} \quad ; \quad S_2\begin{cases} 5x+2y+7z=2 \\ 2x+y-3z=7 \\ x+2y+z=4 \end{cases} \quad ; \quad S_3\begin{cases} \frac{5}{|x-1|}+\frac{2}{y}+\frac{7}{z-1}=2 \\ \frac{2}{|x-1|}+\frac{1}{y}-\frac{3}{z-1}=7 \\ \frac{1}{|x-1|}+\frac{2}{y}+\frac{1}{z-1}=4 \end{cases}$$

où m est un paramètre réel.

1. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système S_1 pour m=1. 0,5pt
2. Déterminer les valeurs de m pour que le système S_1 admette pour unique solution le point $A(4\,;-3)$ 1pt
3. Monter à l'aide du pivot de Gauss que le système S_2 a pour solution dans $\mathbb{R}^3$ le triplet : (1 ; 2 ;-1) 1pt
4. En déduire les solutions du système S_3. 1,5pt

Exercice 3 3pts

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1. L'équation : $x+\sqrt{5-x^2}=5$ 1pt
2. Les inéquations : $\sqrt{x+6}-\sqrt{x+1} > \sqrt{2x-5}$ et $\sqrt{x^2-5x+4} \leq 2x-3$ 2pts

Exercice 4 5,5pts

1. Dans chacun des cas suivants, G est le barycentre des points A et B affectés respectivement des coefficients a et b à déterminer. 0,5ptx2
   i) $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$; ii) $\overrightarrow{BG} + 3\overrightarrow{AB} = \vec{0}$
2. On donne un parallélogramme ABCD et on définit les points P et Q tels que :
   $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et Q est le symétrique du milieu de [AD] par rapport à A.

a. Faire une figure illustrant ces données. 0,75pt

b. Recopier et compléter : 0,5ptx3

P=bar

A	B

Q=bar

A	D

C=bar

A	B	D

c. Que peut-on dire des points P, Q et C ? justifier la réponse. 0,75pt

On considère un triangle ABC et l'on désigne par G le barycentre de (A, 1), (B, 4) et (C, – 3).

a) Construire le barycentre I de (B, 4) et (C, – 3). 0,75pt

b) Démontrer que : $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GI} = \vec{0}$ puis construire G. 0,75pt

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES 4,5points

Antoine a fabriqué un grand chandelier ayant la forme d'un triangle rectangle obtenu est découpant une planche rectangulaire dont le périmètre vaut 42m et d'aire 108 m^2 suivant sa diagonale. A chacune des extrémités, il a suspendu, grâce à un fil de masse négligeable, 6 luminaires de formes triangulaires, rectangulaires et sphériques. Il voudrait fixer un crochet sur le chandelier en un point G pour qu'il reste en équilibre pour éclairer sa cour.

Tâche :

1- Retrouver les dimensions de son chandelier d'Antoine. 1,5pt

2- Déterminer la masse de chaque type de luminaire. 1,5pt

3- A quelle distance exacte du sommet de l'angle droit A va-t-il fixer le crochet ? 1,5pt