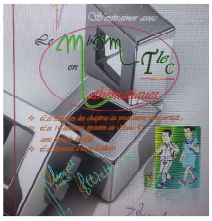
Enseignements secondaires
e-Learning mathématiques
Tel : 695 95 81 81



Année Scolaire 2020-2021
Classe : Tle C
Durée : 2h

EXERCICE 1: / 6pts

I- L'espace muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$. Soit (D) la droite de représentation paramétrique : $\begin{cases} x = -2+\beta \\ y = 2-\beta \\ z = 1-2\beta \end{cases}$, ($\beta \in \mathbb{R}$) et A le point de coordonnées (2 ; 2 ; -1).

Déterminer les coordonnées des images respective O' et A' des points O et A par le demi-tour d'axe (D). **1pt**

II- Soit f la fonction numérique dérivable sur $]-1;1[$ par $f(x) = \frac{1}{2}ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$. On note (Cf) sa courbe représentative dans le repère (O, I, J). unité graphique :2cm.

1. Calculer les limites de f en -1 et en 1. Interpréter graphiquement les résultats obtenus. **0,75pt**
2. a) Démontrer que : $\forall x \in]-1;1[, f'(x) = \frac{1}{1-x^2}$ **0,5pt**
b) Déterminer une équation de la droite (T), tangente à (Cf) au point d'abscisse 0. **0,5pt**
3. Soit g la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $g(x) = f(x) - x$.
a) Déterminer le sens de variation de g. **0,5pt**
b) Calculer g(0) et en déduire le signe de g(x) suivant les valeurs de x. **0,5pt**
c) Déterminer la position de (Cf) par rapport à (T). **0,5pt**
4. Construire dans le même repère (Cf) et (T).
5. a) Démontrer que f est une bijection de $]-1;1[$ sur $\mathbb{R}$. **0,5pt**
b) On désigne par f^{-1} la bijection réciproque de f et (C') la courbe de f^{-1} dans le repère (O, I, J). Construire (C'). **0,75pt**
c) Démontrer que : $\forall y \in \mathbb{R}$, $f^{-1}(y) = \frac{e^{2y}-1}{e^{2y}+1}$ **0,5pt**

EXERCICE 2: / 4pts

Le conseil d'établissement du CONODIC voudrait viabiliser un espace libre de son site en y construisant un espace de loisir et un stade de hand-ball.

L'espace de loisir est délimité par les points images sur le cercle trigonométrique, des solutions sur $\mathbb{C}$ de l'équation : $iz^5 + 1 = 0$, l'unité étant 12 mètres. Pour éviter que l'espace soit submergé de boue, le conseil a décidé de la daller à l'aide du sable et du ciment : le sable est vendu à 600Frs le seau de 15 litres et un seau peut couvrir un espace de 0,5m^2. Un sac de ciment coutant 5 700Frs, peut couvrir 0,00003hectare de surface. Le stade de Volley-ball est délimité par trois bornes dans le plan complexe muni du repère orthonormé (O,$\vec{e_1}$, $\vec{e_2}$) représentés par les points images solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation :

$z^3 + (-24+36i)z^2 - (160+672i)z + 4608 + 1536i = 0$. Une solution évidente z_0 de cette équation vérifie la propriété $\overline{z_0} = z_0$. Le conseil décide de recouvrir cette surface du gazon synthétique, n mètres carrés de gazon synthétique coûte environ 36400Frs où n est le plus petit entier naturel tel que $\overline{5n23}^6$ soit divisible par 7.

Le conseil du collège dispose d'un champ ayant la forme d'un quadrilatère dont les longueurs des côtés en mètre a, b, c et d dans cet ordre forment, les termes consécutifs d'une suite géométrique de raison r strictement supérieur à 1. Il veut sécuriser cet espace en plantant les arbres sur son pourtour de façon à ce qu'il ait un arbre à chaque sommet du quadrilatère et les arbres soient également espacés. Il aimerait aussi que la distance entre deux arbres puisse être exprimée par un nombre entier de mètre. Le conseil ne se souvient plus des dimensions de ce champ, mais il se rappelle que a est entier strictement inférieur à 13 et que r est premier avec a. Un arbre coûte 200Frs.

TACHES

1. Déterminer le budget à prévoir par le conseil du collège pour la construction de l'espace de loisir. **1,5pt**
2. Déterminer le budget à prévoir par le conseil pour la construction du stade de volley-ball. **1pt**
3. En supposant que $10a^2 = d - b$, déterminer le budget à prévoir par le conseil pour planter les arbres autour de ce champ. **1,5pt**

sujetexa.com