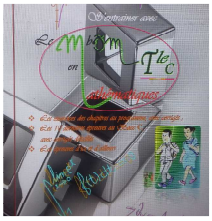
Enseignements secondaires
e-Learning mathématiques
Tel : 695 95 81 81



Année Scolaire 2020-2021
Classe : Tle C
Durée : 2h

EXERCICE 1:

I- Soit p entier premier ≥ 5, n un élément de $\mathbb{N}$.

1. Montrer que : $\frac{(p-1)(2p-1)}{6} \in \mathbb{N}$. **1pt**

2. Montrer que p divise $\sum_{k=0}^{p-1}(n-k)^2$. **1pt**

II-Déterminer tous les couples d'entiers naturels $(a\,;b)$ tels que :

$2a^2 + b^2 = 16072$ et $PGCD(a\,;b) = 14$. **1pt**

III-1- Soit a *et* b deux entiers naturels non nuls, montrer que :

si ab est premier, alors $a = 1$ *ou* $b = 1$. **0,5pt**

2-Soit $n \in \mathbb{Z}$.

a) Développer et réduire $(n+1)^4$. **0,25pt**

b) Factoriser le polynôme $P(n) = n^4 + 4n^3 + 6n^2 + 4n + 5$. **0,75pt**

c)Trouver tous les entiers relatifs n tels que $P(n)$ soit premier. **0,5pt**

EXERCICE 2:

I-On considère le système (S) suivant : $\begin{cases} x+y+z = 2i-1 \\ xy+yz+xz = -2(1+i) \\ xyz = 2 \end{cases}$ d'inconnue x, y et z dans $\mathbb{C}$.

1. Soit le polynôme à variable complexe z définie par : $P(z) = z^3 + (1-2i)z^2 - 2(1+i)z - 2$.

Montrer que (a, b, c)$\in\mathbb{C}^3$ est solution de (S) si et seulement si a, b et c sont racine de P. **0,5pt**

2. a) Montrer que l'équation P(z)=0 admet une solution réelle et une seule que l'on déterminera. **1pt**

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation P(z)=0 et en déduire les solutions du système (S) dans $\mathbb{C}^3$. **1pt**

II-L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. On donne A(3 ;1 ;0), B(−1 ;1 ;0), C(−1 ;2 ;−1) et I(1 ;0 ;−2).

1. a) Déterminer une équation du plan (P) passant par A, B et C. **0,5pt**

b) Calculer le volume du tétraèdre IABC. **0,5pt**

2. (S) est la sphère de centre I et passant par A.

a) Vérifier que B et C sont situés sur (S) et déterminer le centre H du cercle circonscrit au triangle ABC. **1pt**

b) (Q) est le plan d'équation y+z+2=0. Montrer que (P) est parallèle à (Q). **0,5pt**

sujetexa.com