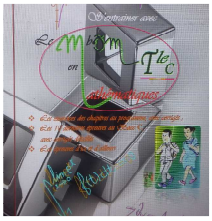
Enseignements secondaires
e-Learning mathématiques
Tel : 695 95 81 81



Année Scolaire 2020-2021
Classe : Tle C
Durée : 3h

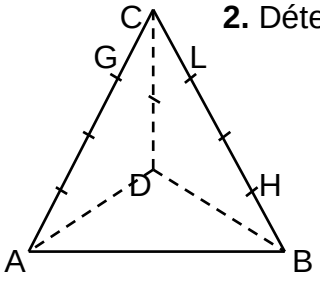
Partie A : Evaluations des ressources

EXERCICE 1:

I-Sur la figure ci-dessus, CABD est un tétraèdre régulier (toutes ses face sont des triangles équilatéraux) ; G et H sont des points tels que : $\overrightarrow{CG} = \frac{1}{4}\overrightarrow{CA}$; $\overrightarrow{CH} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CB}$ et L est le milieu du segment [CD].

1. Montrer que les droites (GH) et (AB) sont sécantes en un point qu'on appellera I. **0,5pt**

$\vec{\imath}, \vec{\jmath}$ *et* $\vec{k}$ sont des vecteurs unitaires, respectivement colinéaires et de même sens que les vecteurs $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$ *et* $\overrightarrow{AC}$. On suppose que l'espace est rapporté au repère $(A; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ et que AC=4.



2. Déterminer les coordonnées des points G, H et I, dans le repère $(A; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$. **1,25pt**

3. Doit E l'espace vectoriel associé à l'espace affine ci-dessus ; $(\vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$ une base de E. f est l'endomorphisme de E tel que $f(\vec{\imath}) = \vec{\jmath}, f(\vec{\jmath}) = \overrightarrow{-2\jmath}$ *et* $f(\vec{k}) = \vec{k}$.

a) Justifier que f n'est pas un automorphisme de E. **0,25pt**

b) Déterminer le noyau et l'image de f ; on donnera une base pour chacun d'eux. **1,5pt**

II- Dans le plan orienté et muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on considère les vecteurs $\overrightarrow{e_1} = \frac{1}{2}\vec{\imath} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{\jmath}$; $\overrightarrow{e_2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{\imath} + \frac{1}{2}\vec{\jmath}$.

1. Démontrer que $(O, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ est un repère orthonormé du plan. **0,5pt**

2. Déterminer les éléments caractéristiques de la rotation qui transforme $(O, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ en $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. **0,5pt**

3. Une conique dans le repère $(O, \overrightarrow{e_1}, \overrightarrow{e_2})$ a pour équation cartésienne $13X^2 + 7Y^2 + 6\sqrt{3}XY = 16$.

a) Ecrire l'équation cartésienne réduite de cette conique dans le repère $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$. **1pt**

b) En déduire sa nature et son excentricité. **0,5pt**

EXERCICE 2:

I-**1. a)** Résoudre dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$, l'équation (E) : $13x - 84y = 7$. **1pt**

b) Montrer que pour tout couple solution (a ;b) de (E), on a : pgcd(a ;b)=1 ou pgcd(a ;b)=7. **0,75pt**

2. Déterminer les solutions (a ;b) de (E) telles que a et b soient premiers entre eux. **0,5pt**

3. Déterminer les solutions (a ;b) de (E) telles que : pgcd(a ;b)=7. **0,75pt**

II- Le repère (O, I, J) est orthonormé. Soit la fonction $f: x \mapsto 1 - x + \sqrt{x^2 + 3}$ et (C) sa courbe représentative.

1. a) Etudier f et tracer (C). **1pt**

b) En déduire que f admet une fonction réciproque dont on précisera l'ensemble de définition D. **0,5pt**

2. a) Tracer sur le même graphique que (C), la courbe représentative de f^{-1}. **0,5pt**

b) Démontrer que : $\forall\, x \in D,\ f^{-1}(x) = \frac{3-(x-1)^2}{2(x-1)}$. **0,5pt**

3. a) Calculer : $\int_2^{1+\sqrt{3}} f^{-1}(x)dx$. **0,5pt**

b) En déduire $\int_0^1 f(x)dx$, puis $\int_0^1 \sqrt{x^2+3}dx$. **0,5pt**

suitexa.com

EXERCICE 3:

Soit f la fonction définie sur l'intervalle]0 ;+∞[par : $f(x) = \int_1^x \frac{lnt}{1+t^2}\,dt$

On désigne par (Γ) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (0, I , J).

1. a) Justifier que f est dérivable sur]0 ; +∞[et calculer $f'(x)$. **0,5pt**

b) En déduire le sens de variation de f. **0,25pt**

2. a) Pour $x > 0$, Calculer $\int_1^x \frac{lnt}{t^2}\,dt$ à l'aide d'une intégration par parties. **0,5pt**

b) Démontrer que pour tout t ≥ 1, $\frac{lnt}{2t^2} \leq \frac{lnt}{1+t^2} \leq \frac{lnt}{t^2}$. **0,5pt**

c) En déduire que pour tout $x > 0$, $\frac{1}{2}\left(1 - \frac{1}{x} - \frac{lnx}{x}\right) \leq f(x) \leq \left(1 - \frac{1}{x} - \frac{lnx}{x}\right)$. **0,25pt**

d) On admet que $\lim_{x\to+\infty} f(x) = l$, donner un encadrement de l. **0,25pt**

3. Soit g la fonction définie sur]0 ; +∞[par $g(x) = f(x) - f\left(\frac{1}{x}\right)$.

a) Démontrer que g est la fonction nulle sur]0 ;+∞[**0,75pt**

b) En déduire la limite de f en zéro. **0,5pt**

c) Tracer l'allure de la courbe (Γ). **0,5pt**

Partie B : Evaluations des compétences

Situation:

Lors d'un match du CHAN 2021 au stade omnisport de Yaoundé, un groupe d'encadreurs de l'académie nationale de football et leurs apprenants dont on en dénombre entre 500 et 1000 décident de se rendre au stade pour regarder le match. Les encadreurs ont dépensé 59.000 frs pour l'achats des tickets. Ils ont acheté au moins 26 tickets de 2.000 frs et des tickets 5.000 frs.

Les apprenants ont droit à l'accès gratuit au stade. Ils ont à leur disposition les véhicules du centre pour leur transport pour le stade. Dans le parking du centre, il y a 3 voitures. Lorsqu'ils prennent la première voiture de 18 places, 9 personnes restent. Lorsqu'ils prennent la deuxième voiture qui a 20 places, 9 personnes restent. Finalement ils prennent la troisième voiture qui a 24 places, pour les navettes et 9 personnes restent.

Pour des raisons de sécurité, l'entrée des gradins du stade s'ouvre lorsque les trois signaux lumineux de couleur verte, rouge et jaunes placés à l'entrée sont émis simultanément. Le signal vert émet toutes les 12 secondes, le rouge toutes les 27 secondes et le jaune toutes les 34 secondes. Le dernier groupe d'apprenants arrive à 19h48s instant où l'entrée vient de se refermer.

Tâches :

1. Combien de tickets de 2.000 frs et ceux de 5.000 frs ont-ils achetés ? **1,5pt**

2. Combien d'apprenants se sont rendus au stade ? **1,5pt**

3. Ceux du dernier groupe pourront-ils voir le coup d'envoi du match qui débute à 20h00 ? **1pt**

Sujetexa.com