Classe :2nde c Travaux dirigés: vecteurs et un complément de calculs dans $\mathbb{R}$

Exercice 1 :

1. On considère les nombres $A = \dfrac{\frac{2}{3}-2}{\frac{3}{5}+\frac{6}{7}} \div \dfrac{11}{3}$ et $B = \sqrt{\dfrac{0{,}243\times 6{,}4}{0{,}0144\times 27}}$.

a)Mettre A sous la forme irréductible.

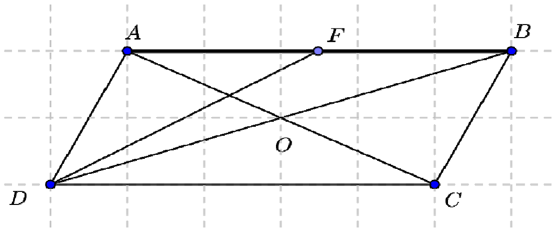
b) Montrer que B est un entier naturel.

2. Résoudre dans IR chacune des équations et inéquations suivantes :

a) $|x-2| = 6$ b) $|2x-4| = -7$ c) $|x+4| \leq 1$ d) $5 < |-3x+2| \leq 8$

Exercice 2 :

ABCD est un parallélogramme de centre O, F le milieu du segment [AB]



1) Déterminer $(\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB}) + \overrightarrow{DF}$

2) Montrer que $\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB} = -(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD})$

3) Construire le vecteur $\vec{u} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{CD}$

4) Construire un point E tel que OBEC soit un parallélogramme.

Exercice 3 :

A/ ABC est un triangle quelconque.

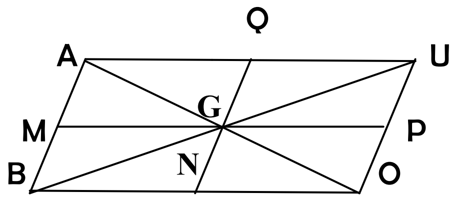
1.Construire les points D et E tels que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{AB}$. 1

2.Démontrer que le point D est le milieu du segment $[CE]$.

B/ On donne $\overrightarrow{CD} = -4\overrightarrow{CE}$. En utilisant uniquement la relation de Chasles, compléter par le nombre réel qui convient les vides ci-dessous en montrant les détails de vos calculs .

$\overrightarrow{DC} = \cdots\cdots \overrightarrow{DE}$; $\overrightarrow{ED} = \cdots \overrightarrow{EC}$

Exercice 4 :



$ABOU$ est un parallélogramme de centre G.
M, N, P et Q sont les milieux respectifs des segments $[AB], [BO], [OU]$ et $[AU]$.

1.Démontrer que $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BU} = \overrightarrow{AU} + \overrightarrow{BO}$

2.Déterminer les coordonnées des points A, G, M, O et N dans le repère $(A; \overrightarrow{AB}\,;\, \overrightarrow{AU})$.

3.a)Montrer que dans cette base , $\overrightarrow{MN}\left(\frac{1}{2}\,;\frac{1}{2}\right)$ et $\overrightarrow{AO}(1;\ 1)$.

b) En déduire que (MN) // (OA)

Exercice 5:

1/ Soient C=$\sqrt{5}+3$ et D=$\sqrt{5}-3$.

a. Calculer C², D² et C$\times D$.

b. Démontrer que $\frac{C}{D} + \frac{D}{C}$ est un entier relatif.

2/ Résoudre dans $\mathbb{R}$

$a.\ |3x+2| = 5$ $b.\ |x-1| \leq 3$ $c.\ |-5x+7| = -8$

3/ Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système $\begin{cases} a - r = 3 \\ a + r = 5 \end{cases}$

a. Montrer que $|x-a| \leq r \Leftrightarrow a-r \leq x \leq a+r$

b. Déduire l'écriture en valeur absolue de $3 \leq x \leq 5$

Exercice 6 :

$B=(\vec{\imath},\vec{\jmath})$ est une base des vecteurs de plan. On donne $\vec{u}=a\vec{\imath}+2\vec{\jmath}$ et $\vec{V}=2\vec{\imath}+a\vec{\jmath}$

1) a) Calculer $det(\vec{u},\vec{v})$ en fonction de a

b) Déterminer a pour que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires ?

2) On donne $\vec{S}=4\vec{\imath}-\vec{\jmath}$ et $\vec{T}=\vec{\imath}+3\vec{\jmath}$.

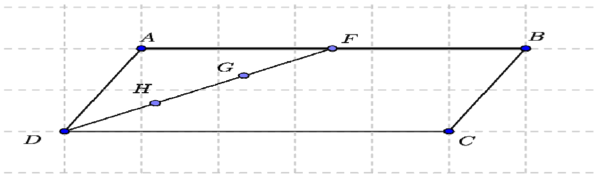
a)Justifie que $(\vec{S};\vec{T})$ est une base du plan

b) Écrire $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ en fonction de $\vec{S}$ et $\vec{T}$

c)Déduire les coordonnées de $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ dans la base $(\vec{S}\,;\vec{T})$

Exercice 7 :

ABCD un parallélogramme, F est le milieu de [AB], H et G sont des points de [DF] tels que DH = HG = GF



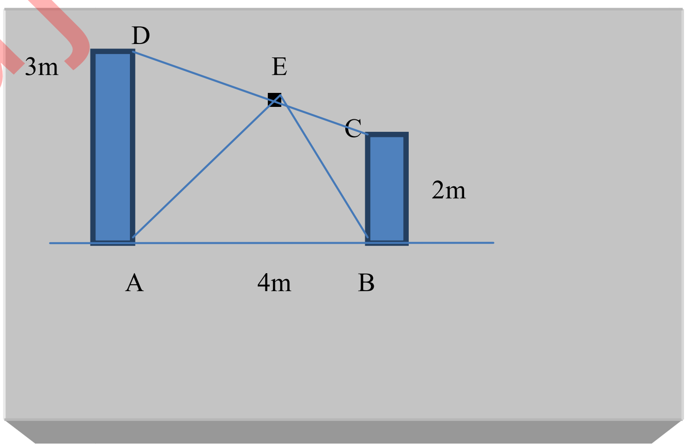
1/ Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{DF}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AG}$ dans la base $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AF})$

2/ Démontrer que les points A , G et C sont alignés.

3/ En déduire que $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AG}$ sont colinéaires

Exercice 8 : évaluation des compétences

Un ingénieur veut concevoir un dispositif afin de quitter du point C d'un bloc de béton de hauteur 2 m à un point D d'un autre bloc de béton de hauteur 3m. Les deux bloc étant distants de 4m. Pour cela il envisage fixer une planche [CD] , la renforcer avec des supports [AE] et [EB] tel que $\overrightarrow{DE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{DC}$, comme l'indique la figure ci-dessous. Le bois à utiliser étant de mauvaise qualité il désire le traiter avec un produit chimique qui nécessite 0.75 litre par mètre de planche. Il observe sa structure à partir d'un repère orthonormé (A,$\vec{\imath},\vec{\jmath}$) tel que $\vec{\imath}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et $\vec{\jmath}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$



1) Quelle quantité de produit chimique est'il nécessaire pour traiter la planche [DC] ?
2) Quelle quantité de produit chimique est'il nécessaire pour traiter la planche [AE] ?
3) Quelle quantité de produit chimique est'il nécessaire pour traiter la planche [EB] ?

Exercice 9 :

ABC est un triangle quelconque. A,'B',C' sont les milieux respectifs des côtés [BC] ; [AC] et [AB].
1 / Construire le point G centre de gravité de ABC .
2/ En utilisant la propriété de la droite du milieu et de Thales , montrer que
$\overrightarrow{BG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BB'}$; $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$; $\overrightarrow{CG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CC'}$
3/Monter que $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AA'}$; $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BB'}$; $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CA} = 2\overrightarrow{CC'}$
4/ En déduire que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{o}$

Exercice 10 :

On considère les points $A(5;4), B(-1;1), C(-1;4)$ dans un repère orthonormé.

1. Calculer les distances AB, AC, BC.
2. Le triangle ABC est-il rectangle ? Justifie ta réponse.
3. Détermine les coordonnées des points A', B', C' milieux respectifs des segments $[BC], [AC]$ et $[AB]$.
4. Détermine les coordonnées du point G tel que $\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AA'}$.
5. Montre que le point G appartient aux droites (BB') et (CC').
6. Montre que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.
7. Que représente G pour le triangle ABC ?

Exercice 11 :

Réduis les sommes vectorielles suivantes :

1. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MN} =$
2. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MP} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AB} =$
3. $\overrightarrow{MR} - \overrightarrow{AQ} + \overrightarrow{BQ} - \overrightarrow{BR} + \overrightarrow{AM} =$

Exercice 12:

On considère les points $A\left(-1; -\frac{3}{2}\right), B(5;-2), D(-3;0)$. Dans un repère orthonormé.

1. Détermine les coordonnées du point C pour que $ABCD$ soit un parallélogramme.
2. Détermine les coordonnées du centre I de $ABCD$.

Exercice 13 :

On considère les points $A(2;-5)$, $B(1;3)$, $C(-1;-2)$ dans un repère orthonormé.

1. Détermine les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
2. Détermine les coordonnées du point D tel que $\overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{AB}$.
3. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$?

Exercice 8 :

On considère un quadrilatère $ABCD$ tel que les droites (AB) et (CD) soient parallèles. On désigne par I le milieu du segment $[AD]$ et par J celui du segment $[BC]$.

1. Réduis les sommes
   a) $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{BJ} + \overrightarrow{AB} =$
   b) $\overrightarrow{ID} + \overrightarrow{CJ} + \overrightarrow{DC} =$
2. Que peut-on en déduire ?
3. Montre que $2\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC}$