

LYCEE JOSS					
EPREUVE	MATHEMATIQUES	SERIE	TI	ANNEE SCOLAIRE :	2020/2021
EVALUATION	N°2	COEF :	4	DUREE	4 h

PARTIE A : ÉVALUATIONS DES SAVOIRS ET SAVOIR-FAIRE

15,5points

Exercice 1 : 2,5 points

1. Démontrer par récurrence que :

a. Pour tout entier naturel non nul $n \geq 1$, $\sum_{k=1}^n k2^{k-1} = 1 + (n-1)2^n$. 1pt

b. Pour tout entier naturel n ; $3^{2n+1} + 2^{n+2}$ est divisible par 7. 1pt

2. Déterminer le reste de la division euclidienne de 7^{2002} par 9. 0,5pt

Exercice 2 : 6,5 points

I/ On définit la suite (u_n) par : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 2 \end{cases}$

1. Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \leq 4$ 0,75pt

2. Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} - 4 = \frac{1}{2}(u_n - 4)$. 1pt

3. Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N}, u_n - 4 = \frac{1}{2^n}(u_0 - 4)$ puis en déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ 0,5pt

II- On considère l'expression la suite (u_n) à termes positifs donnée par :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n - 1}{u_n} \end{cases}$$

1. a. Exprimer $u_{n+1} - 1$ en fonction de $u_n - 1$ et comparer leur signe. 0,75pt

b. Quel est le signe de $u_0 - 1$. Que peut-on en déduire. 0,5pt

2. a. Exprimer $u_{n+1} - u_n$ en fonction de u_n . 0,5pt

b. En déduire le sens de variation de la suite (u_n) . 0,5pt

3. On pose $v_n = \frac{1}{u_n - 1}$

a. Montrer que (v_n) est une suite arithmétique de raison 1. 0,5pt

b. Exprimer v_n en fonction de n . 0,5pt

c. En déduire l'expression de u_n en fonction de n 0,25pt

d. Calculer la limite de la suite (u_n) . 0,5pt

Exercice 3 : 6 points

1. Déterminer la forme algébrique de chacun des nombres complexes suivants :

$$z_1 = (2 + 3i)^2 \text{ et } z_2 = \left(\frac{1 + 2\sqrt{3}}{1 - i} \right)^2 \quad 0,75\text{pt} + 0,75\text{pt}$$

2. Déterminer le module et un argument de $1 + i\sqrt{3}$ 1pt

3. On donne $z_1 = 1 + i$ et $z_2 = 1 + i\sqrt{3}$

- a. Mettre z_1 et z_2 sous la forme trigonométrique. 1,5pt
- b. Ecrire $z_1 \times z_2$ sous la forme algébrique et trigonométrique. 1,5pt
- c. En déduire la valeur exacte de $\cos \frac{7\pi}{12}$ et $\sin \frac{7\pi}{12}$ 0,5pt

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES 5points

ISSA et Pierre disposant chacun d'une somme de 300000FCFA, ont un projet d'acheter, chacun une moto qui coûte 390000FCFA. Un établissement de micro finance leur propose deux types d'épargne pour les aider à pouvoir acheter leur moto. Le premier type d'épargne permet au capital d'augmenter de 70% chaque année. Le second permet au capital d'augmenter de 21000FCFA chaque année. ISSA choisit le premier type d'épargne et Pierre le second le 1^{er} janvier 2010. On désigne par u_n et v_n les capitaux respectifs de ISSA et Pierre en l'an 2010+n. On pose $u_0 = v_0 = 300000$.

1. a. Calculer le capital de ISSA au 1^{er} janvier 2011. 0,5pt
 b. Montrer que $u_{n+1} = 1,7u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. 0,5pt
 c. En déduire la nature de la suite (u_n) . 0,5pt
 d. Exprimer en fonction de n le capital de ISSA au 1^{er} janvier de l'an 2010+n. 0,5pt
2. a. Calculer le capital de Pierre au 1^{er} janvier 2011. 0,5pt
 b. Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n pour $n \in \mathbb{N}$ 0,5pt
 c. En déduire la nature de la suite (u_n) . 0,5pt
 d. Exprimer en fonction de n le capital de Pierre au 1^{er} janvier de l'an 2010+n. 0,5pt
3. a. Déterminer u_3 et u_4 . 0,5pt
 b. En déduire à partir de quelle année ISSA pourra-t-il acheter sa moto ? 0,25pt
4. A partir de quelle année Pierre pourra-t-il acheter sa moto ? 0,25pt