

# Épreuve de Mathématiques

Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction et de la clarté de la copie. Il est demandé à l'élève de justifier toutes ses affirmations.

## EXERCICE 1

4 points

- Démontrer par l'absurde que  $\sqrt{5}$  est un nombre irrationnel. [0,5pt]
  - En déduire que  $2 + \sqrt{5}$  est irrationnel. [1pt]
- Déterminer  $E(-4, 7)$ ,  $E(4, 7)$  et  $E(10^3\pi)$  où  $E(x)$  désigne la partie entière de  $x$ . [1,5pt]
- $x$  et  $y$  sont des nombres réels tels que  $|-3x + \frac{1}{2}| < \frac{3}{2}$  et  $|-y + 2| \geq 1$ . Donner un encadrement de  $x$  et un encadrement de  $y$ . [1pt]

## EXERCICE 2

4 points

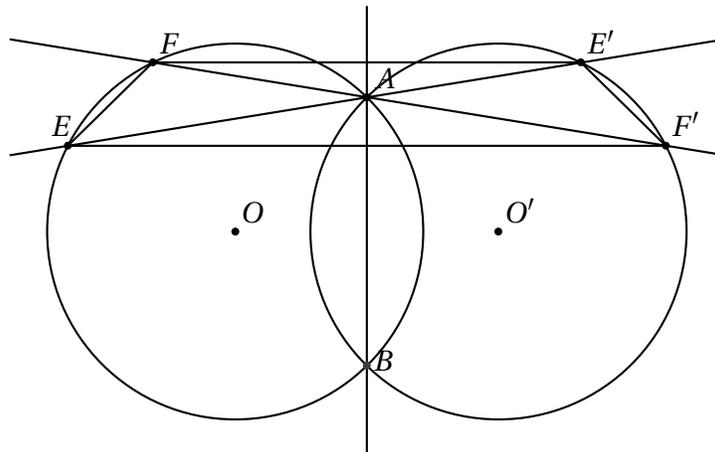
Soit l'application  $f : [10; 20] \rightarrow \mathbb{R}$  définie par  $f(x) = -2x + 10$  et  $g$  l'application affine définie par  $g(x) = -2x + 10$ .

- Déterminer l'ensemble de définition  $D_f$  de  $f$ , puis justifier que  $f$  n'est pas une application affine. [1pt]
- Déterminer  $D_g$ , puis  $D_f \cap D_g$ . [1pt]
- Montrer que  $f = g$  sur un ensemble que l'on précisera. [0,5pt]
  - Soit  $x, y \in \mathbb{R}$  tels que  $x \neq y$ . Calculer  $\frac{g(x) - g(y)}{x - y}$  et en déduire le sens de variation de  $g$ . [1pt]
  - Déduire le sens de variation de  $f$  sur  $D_f$ . [0,5pt]

## EXERCICE 3

7 points

Soit  $(C)$  et  $(C')$  deux cercles de même rayon, sécants en  $A$  et  $B$ . Une droite  $(D)$ , passant par  $A$ , recoupe  $(C)$  en  $E$  et  $(C')$  en  $E'$ . La droite symétrique de  $(D)$  par rapport à  $(AB)$  coupe  $(C)$  en  $F$  et  $(C')$  en  $F'$ .



1. Quelle relation doit-on avoir sur les angles  $\widehat{EFE'}$ ,  $\widehat{FEF'}$ ,  $\widehat{EF'E'}$  et  $\widehat{F'E'F}$  pour que le quadrilatère  $EFE'F'$  soit inscritible? [1pt]
2. Montrer que  $\text{mes}\widehat{E'AF'} = \text{mes}\widehat{EAF}$  et en déduire que  $\text{mes}\widehat{EE'F} = \text{mes}\widehat{E'FF'}$ . [1,5pt]
3. Montrer que  $\text{mes}\widehat{EOA} = \text{mes}\widehat{AO'F'}$  et en déduire que  $\text{mes}\widehat{EFA} = \text{mes}\widehat{AE'F'}$ . [1,5pt]
4. Dédire des questions 2. et 3. que  $\text{mes}\widehat{EFE'} = \text{mes}\widehat{FE'F'}$ . [1pt]
5. Montrer que  $\text{mes}\widehat{FEF'} = \text{mes}\widehat{EF'E'}$ . [1pt]
6. Montrer que le quadrilatère  $EFE'F'$  est inscritible. [1pt]

#### EXERCICE 4

5 points

On considère une fonction  $f$  dont la courbe représentative est donnée par le graphique ci-contre.

1. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction  $f$ . [0,5pt]
2. Déterminer les images des nombres réels suivants :  $-4$ ,  $-3$ ,  $-1$ ,  $0$ ,  $1$ . [1pt]
3. Déterminer les antécédants de chacun des nombres suivants :  $6$ ,  $0$ ,  $-6$ . [1pt]
4. Déterminer les images directes des intervalles  $[-4; 0]$  et  $[-3; -1]$ . [1pt]
5. Déterminer les images réciproques des intervalles  $[1; 5]$ ,  $[-3; 1]$  et  $[5; 6]$ . [1,5pt]

