



## EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

### EVALUATION DES RESSOURCES

#### PARTIE A:

**8 points**

I- Déterminer le domaine de définition de chacune des fonctions suivantes :

a)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto \sqrt{-3 + |2x + 1|}$  (0,75pt)

b)  $g: [0; \rightarrow[ \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto x(x + 1)$  (0,5pt)

b)  $h: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto \sqrt{-x + 3}$  (0,5pt)

d)  $s: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto \frac{1}{|2x+1|-3}$  (0,75pt)

II- Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = -2x^2 + 4x + 3$

i- Déterminer la forme canonique de  $f$ . (0,75pt)

ii- Démontrer que  $f$  admet un maximum dont on précisera la valeur et en quel point il est atteint. (1pt)

iii- Etudier la variation de  $f$  sur  $]-\infty; 1]$  et sur  $[1; +\infty[$ . (1,5pt)

iv- Dresser le tableau de variation sur  $[-9; 7]$ . (0,75pt)

v- Construire la courbe représentative de  $f$  sur  $[-9; 7]$ . (1,5pt)

#### PARTIE B:

**7,5 points**

I- On considère un triangle ABC tel que  $AB = 7; BC = 8$  et  $CA = 10$ .

1. Déterminer une valeur approchée à  $0,1^\circ$  près de  $\widehat{BAC}$ . (0,75pt)

2. Calculer la valeur exacte de  $\sin(\widehat{BAC})$  et en déduire l'aire du triangle ABC. (1,25pt)

II- Soit deux vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  tels que :  $\|\vec{u}\| = \sqrt{2}; \|\vec{v}\| = 5$  et  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 7$ .

On pose  $\vec{i} = 4\vec{u} - \vec{v}$  et  $\vec{j} = -3\vec{u} + \vec{v}$ .

1. Calculer  $\vec{i} \cdot \vec{i}$  et  $\vec{j} \cdot \vec{j}$  puis en déduire  $\|\vec{i}\|$  et  $\|\vec{j}\|$ . (1,5pt)

2. Calculer  $\vec{i} \cdot \vec{j}$  et donner la nature de la base  $(\vec{i}; \vec{j})$ . (1pt)

III- A et B sont deux points du plan tels que :  $AB = 4\text{cm}$ . On désigne par I le milieu du segment  $[AB]$  et par M un point du plan tel que A, B et M soient non alignés.

i. Développer  $(\vec{MI} + \vec{IA})^2 + (\vec{MI} + \vec{IB})^2$  puis déduire que  $MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + \frac{1}{2}AB^2$ . (1,25pt)

ii. Déterminer l'ensemble des points M tels que :  $MA^2 + MB^2 = 16$ . (1pt)

iii. Montrer que  $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = MI^2 - \frac{1}{4}AB^2$ . (0,75pt)

### EVALUATION DES COMPÉTENCES

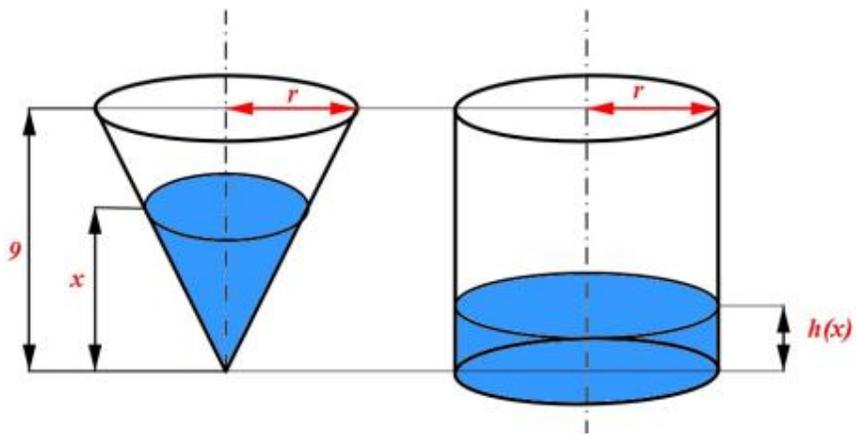
**4,5 points**

Deux éprouvettes E1 de forme conique et E2 de forme cylindrique ont les formes indiquées sur le dessin ci-dessous (unité de longueur : 1cm). On verse dans E1 de l'eau jusqu'à une hauteur  $x$ , puis on transvase le contenu dans E2 où l'eau atteint alors une hauteur, en fonction de  $x$ , notée  $h(x)$ .

**Tâche 1 :** Montrer que  $h(x) = \frac{x^3}{243}$ . (1,5pt)

**Tâche 2 :** Représenter la courbe d'évolution de la hauteur d'eau dans E2 en fonction de  $x$  pour  $0 \leq x \leq 9$ . (1,5pt)

**Tâche 3 :** Combien d'éprouvettes d'eau de type E1 faut-il pour remplir E2 ? (1,5pt)



[sujetexa.com](http://sujetexa.com)