

Proposition de : TOUMBOURKEWA Pacôme

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

ÉVALUATION DES RESSOURCES 15,5 POINTS

EXERCICE 1 4,5 POINTS

1) Résoudre dans \mathbb{R} les équations et inéquations suivantes :

a) $\sqrt{x^2 - 4} \geq \sqrt{-x^2 + 4x - 3}$ (0,75pt)

2) Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ et dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ les systèmes suivants :

$$\begin{cases} x^2 + 2y + z^2 = -3 \\ 4x^2 + 4y + z^2 = -8 \\ 49x^2 + 14y + z^2 = -3 \end{cases} \quad (1,25 \text{ pts})$$

3) Discuter suivant les valeurs du paramètre réel m le nombre et le signe des solutions de l'équation et système d'équation suivantes :

a) $\frac{5x^2 - 14x + 3}{2x - m} = -3$ $\begin{cases} 2x + y = 3m \\ -3x + 4y = m - 2 \end{cases}$ (0,75+0,75pt)

EXERCICE 2 4,5 POINTS

ABCD est un carré de centre O et de côté 3cm. G est le barycentre des points pondérés (A; 1); (B; 2); (C; 2)

1) Construire le point G et montrer que les points B, G et O sont alignés. (1pt)

2) Calculer AG^2 , BG^2 et CG^2 . (0,75pt)

3) On désigne par (E) l'ensemble des points M tels que $MA^2 + 2MB^2 + MC^2 = 22$.

Montrer que $MA^2 + 2MB^2 + MC^2 = 4MG^2 + 6$. En déduire la nature et les éléments caractéristiques de (E). (1,5pt)

Construire (E). (0,25pt)

4) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} - 2\overrightarrow{MD}$ en fonction du vecteur \overrightarrow{OD} et en déduire la nature et construire l'ensemble (E') des points M du plan tels que $\overrightarrow{MD} \cdot (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} - 2\overrightarrow{MD}) = \sqrt{2}$. (1pt)

EXERCICE 3 5 POINTS

Soit ABC un triangle tel que $AB = 4$; $BC = 6$; $AC = 3$ et soit I est le milieu de [AB].

1) Construire le triangle ABC . 0,5pt

2) Soient J, K et L définis par : $\overrightarrow{BJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KC} = \vec{0}$; $4\overrightarrow{AL} - \overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC} = \vec{0}$.

a) placer les points I, J, K et L sur la figure. (0,5pt)

b) Ecrire I, J, K et L comme barycentre des points A, B et C.(1pt)

c) Démontrer que les droites (AJ); (BK) et (CI) sont concourantes. (0,75pt)

3) Soit G le barycentre des points pondérés (A; 1); (B; 1) et (C; 2) .

a) Réduire l'expression $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + 2\overrightarrow{CM}$. (0,5pt)

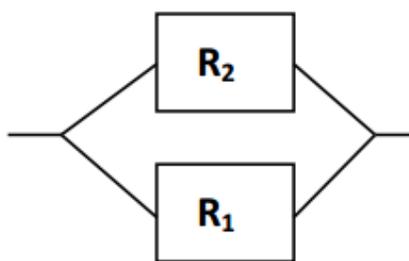
b) Déterminer et construire l'ensemble (Δ) des points M tels que $\|\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + 2\overrightarrow{CM}\| = 16$. (1pt)

c) Déterminer et construire l'ensemble (γ) des points tels que $AM^2 + BM^2 = 16$. (0,75pt)

ÉVALUATION DES COMPÉTENCES : 4,5 POINTS

L'appareil électronique de marque de monsieur NANA est tombé en panne. Après diagnostic, le technicien constate que c'est une pièce électronique constitué de deux résistors de résistances R_1 et R_2 . Si l'on les monte en série, on obtient un dipôle passif linéaire de résistance $r = 4$; si on les monte en parallèle, on obtient un dipôle passif linéaire de résistance $R = 1$. Voir figure ci-contre. En service, la résistance R_1 a la forme d'une tige AB rigide, cylindrique, homogène, horizontale de longueur $L = 95$ et de masse m_1 auquel on a soudé à l'extrémité B la deuxième résistance R_2 à la forme d'une bille homogène de masse m_2 et de rayon $r_2 = 5\text{cm}$. On admet que l'axe de révolution de la tige passe par le centre de la bille et coïncide avec le point C extrémité libre de la bille. Sur le marché local, la pièce coute 163565FCFA et monsieur NANA n'en dispose que de 150000FCFA. Pour y parvenir il décide de placer cette somme dans une banque A au taux d'intérêt Annuel de $x\%$ pendant un an. La banque A ayant connue des problèmes, monsieur NANA a retiré son capital ainsi que tous ses intérêts annuels et a placé toute la somme ainsi obtenue dans une banque B au taux d'intérêt annuel de $y\%$ pendant un an. Il a alors obtenu des

intérêts cumulés de 14565FCFA pendant ces deux ans.



En série : $r = R_1 + R_2$

En parallèle $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

Tache 1 : A partir de l'extrémité libre C de la pièce électronique, déterminer la position G de son centre de gravité sachant $m_2 = \frac{1}{3}m_1$. (1,5pt)

Tache 2 : Déterminer les résistances R_1 et R_2 de chaque résistor. (1,5pt)

Tache 3 : Sachant que le taux d'intérêts de la banque B est égal à celui de la banque A augmenté de 2,5 ; déterminer la somme qu'il aura après ces deux ans. (1,5pt)

sujetexa.com