COLLEGE CATHOLIQUE BILINGUE PERE MONTI

ANNEE SCOLAIRE 2020 - 2021

Département	2ème Trimestre	Classe	Durée		Coef	Date de passage :	Visa A.P	Visa P.E
MATHEMATHIQUES	EV.S.H. N°1	PC	3H00		6	29 Jan. 2021		

EPREUVE DE MATHETIQUES

A- EVALUATION DES RESSOURCES *14,5points*

Exercice 1 : */4points*

Choisir la bonne réponse. Réponse juste = 1pt ; réponse fausse = -0,25pt ; pas de réponse = 0pt.

1. E est un espace vectoriel réel muni d'une base $\mathcal{B} = (\vec{i};\ \vec{j})$. f et g étant deux endomorphismes de E tels que $f(\vec{i}) = 2\vec{i} + 3\vec{j}$, $f(\vec{j}) = -\vec{i} + 2\vec{j}$, $g(\vec{i}) = -3\vec{i} + 4\vec{j}$ et $(\vec{j}) = 2\vec{i} + 5\vec{j}$, alors l'expression analytique de la composée $g \circ f$ est :

   a) $\begin{cases} x' = 23x + 6y \\ y' = 7x \end{cases}$; b) $\begin{cases} x' = 7y \\ y' = 23x + 6y \end{cases}$; c) $\begin{cases} x' = -10x - y \\ y' = -x + 16y \end{cases}$; d) $\begin{cases} x' = -x + 16y \\ y' = -10x - y \end{cases}$

2. L'ensemble de définition de la fonction f définie de $]-\infty; 7]$ vers $[-5;\ +\infty[$ par $f(x) = 4x - 17$ est : a) $[3; 7]$; b) $]-\infty; 7]$; c) $[-5;\ +\infty[$; d) $[3;\ +\infty[$

3. La fonction définie g de $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ par $g(x) = \frac{7x}{x^6-1}$ est :

   a) Paire ; b) Impaire ; c) Ni paire ni impaire ; d) Périodique de période 1.

4. Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, un vecteur normal du plan contenant les points $E(-2; 1; 3)$, $F(2; 3; -3)$ et $G(-1; -4; 2)$ est :

   a) $\vec{n}(16; 11;\ -2)$; b) $\vec{n}(16; 11;\ 1)$; c) $\vec{n}(16; 1;\ -2)$; d) $\vec{n}(16; 1;\ 11)$

Exercice 2: */4points*

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation (I): $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x-1} < \sqrt{x}$. */1,25pt*
2. On veut trouver la valeur exacte de $\tan\frac{\pi}{8}$

   a) Montrer que pour tout réel x tel que $\tan x$ et $\tan 2x$ soient définie on a : $\tan 2x = \frac{2\tan x}{1-\tan^2 x}$. */ 0,75pt*

   b) Montrer que $\tan\frac{\pi}{8}$ est une solution de l'équation (E): $x^2 + 2x - 1 = 0$. */0,5pt*

   c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E), puis déduire la valeur exacte de $\tan\frac{\pi}{8}$. */0,75pt*
3. A, B et C étant des points non alignés du plan, déterminer et construire le barycentre G des points pondérés $(A;\ -1)$, $(B;\ 2)$ et $(C;\ 3)$. */0,75pt*

Exercice 3 : */3points*

L'espace muni d'un repère orthonormé $(O;\ \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On veut trouver sous forme $ax + by + cz + d = 0$ l'équation de la sphère (S) de centre $K(2; 3;\ -1)$ et tangent à la droite (D) qui passe par les points $P(-2; 1;\ 3)$ et $Q(-1; 3;\ 2)$.

1. Vérifier qu'une représentation paramétrique de la droite (D) est $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$. */0,5pt*
2. Soient M un point de (D) de paramètre t et f la fonction définie par $f(t) = KM^2$.

   a) Vérifier que pour tout réel t, on a $f(t) = 6t^2 - 24t + 36$. */0,5pt*

   b) Ecrire la forme canonique de $f(t)$, puis déduire que f admet un minimum en un réel t_0 que l'on précisera. */1pt*

   c) Déduire la valeur exacte de la distance du point K à la droite (D). */0,5pt*

   d) Déduire, sous forme $ax + by + cz + d = 0$, l'équation de la sphère (S). */0,5pt*

Exercice 4 : */3,5 points*

Dans le plan vectoriel E_2 de base $\mathcal{B} = (\vec{i}, \vec{j})$, on considère l'endomorphisme φ définie par :

$\varphi(\vec{i}) = -3\vec{i} + 6\vec{j}$ et $\varphi(\vec{j}) = \vec{i} - 2\vec{j}$

1. a) Donner la matrice A de φ dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$. */0,5pt*
   b) φ est-elle bijective ? Justifier. */0,25pt*
   c) Trouver l'expression analytique de φ. */0,5pt*
2. Déterminer le noyau $Ker\varphi$ et l'image $Im\varphi$ de φ. */0,75pt*
3. a) Vérifier que $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j} \in Ker\varphi$ et $\vec{v} = \vec{i} - 2\vec{j} \in Im\varphi$. */0,5pt*
   b) Montrer que $\mathcal{B}' = (\vec{u}, \vec{v})$ est une base de E_2. */0,25pt*
   c) Trouver la matrice B de φ dans la base $\mathcal{B}'$. */0,75pt*

B- EVALUATION DES COMPETENCES *4,5points*

Intitulé de la compétence: Utilisation des fonctions associées et des éléments de symétrie.

Dans une salle de contrôle sur ordinateur, monsieur BAYAME et monsieur CARTEGNE surveillent les mouvements d'une lionne, d'un lionceau et d'un lion qui se balade dans une plaine assez vaste. Sur chacun des trois animaux il y a une puce qui émet des signaux captés par un satellite qui les retransmet dans la salle de contrôle, indiquant ainsi leurs positions respectives à travers l'écran de contrôle qui présente celles-ci par des points dans un repère orthogonal $(O; I, J)$.

L'analyse des positions successives de chacun des trois animaux a permis aux deux contrôleurs de faire le constat suivant : la lionne se déplace suivant une trajectoire (C) d'équation $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2}$, le lionceau suit une trajectoire (C') image de (C) par la translation de vecteur $\vec{u}(-3; -2)$ et le lion suit une trajectoire (C'') d'équation $y = \left|-\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{5}{2}\right|$.

Monsieur BAYAME poursuivant son analyse, après que monsieur CARTEGNE ai pris une pause, affirme que la trajectoire du lionceau a pour équation $y = -\frac{1}{2}x^2$.

Tâche1 : Justifier que le contrôleur BAYAME a donné la bonne trajectoire du lionceau. */1,5pt*

Tâche2 : Montrer que la droite (D) d'équation $x = 3$ est axe de symétrie de la trajectoire (C) suivie par la lionne. */1,5pt*

Tâche3 : Tracer dans le repère $(O; I, J)$ la trajectoire (C'') suivie par le lion. */1,5pt*

Présentation : *1pt*