

Departement	3 ^{eme} Trimestre	Classe	Durée	Coef	Date de passage :	Visa A.P	Visa P.E
MATHEMATIQUES	EV.S.H. N°1	PC	3H00	06	26 Mars 2021	<i>[Signature]</i>	<i>[Signature]</i>



EPREUVE DE MATHEMATIQUES

A- EVALUATION DES RESSOURCES /30points

Exercice 1 : /7points

Choisir la bonne réponse. Réponse juste = 1,75pts ; réponse fausse = -0,5pt ; pas de réponse = 0pt.

- La limite en -1 de $x \mapsto \frac{(x+1)(2x^2-x+7)}{(4x-5)(x+1)}$ vaut : a) $-\infty$; b) 0 ; c) $-\frac{10}{9}$; d) $+\infty$
- Le nombre d'entiers naturels de quatre chiffres que l'on peut former avec les chiffres 0, 2, 3, 5, 8 et 9 est : a) 1296 ; b) 5000 ; c) 1080 ; d) 360
- EFG étant un triangle, A, B et C des points tels que $2\vec{EA} = 3\vec{EF}$, $\vec{FB} = 4\vec{FG}$ et $\vec{CE} + 4\vec{CG} = \vec{0}$, alors les droites (AG) , (BE) et (CF) sont concourantes au point Q barycentre du système :
 a) $\{(E; 4), (F; -3), (G; 1)\}$; c) $\{(E; 1), (F; -3), (G; 4)\}$
 b) $\{(E; 1), (F; 3), (G; -4)\}$; d) $\{(E; -3), (F; 1), (G; 4)\}$
- Le point I étant le milieu du segment $[AB]$, alors l'ensemble des point M du plan tels que $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = -\frac{3}{16}AB^2$: a) \emptyset ; b) $\{I\}$; c) le cercle $C(I; \frac{AB}{4})$; d) le cercle $C(I; \frac{AB}{2})$

Exercice 2 : /6points

E est un plan vectoriel rapporté à une base $B = (\vec{i}, \vec{j})$. φ est l'endomorphisme de E qui à tout vecteur $\vec{u} = x\vec{i} + y\vec{j}$ associe $\varphi(\vec{u}) = (18x - 6y)\vec{i} + (-12x + 4y)\vec{j}$.

- Ecrire la matrice A de φ dans la base B . φ est-elle bijective ? /1,5pt
- On considère la base $B' = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ avec $\vec{e}_1 = \vec{i} - \vec{j}$ et $\vec{e}_2 = \vec{i} + \vec{j}$.
 Trouver la matrice B de φ dans la base B' . /12pts
- Soit les sous espaces vectoriels $F = \{\vec{u} \in E / x - 3y = 0\}$ et $G = \{\alpha(\vec{i} + 5\vec{j}) / \alpha \in \mathbb{R}\}$ de E .
 a) Déterminer le sous espace vectoriel $F \cap G$, puis donner sa dimension. /1,5pt
 b) Justifier que $F \cup G$ n'est pas un sous espace vectoriel de E . /1pt

Exercice 3 : /6points

$(u_n)_{n \geq 1}$ et $(v_n)_{n \geq 1}$ sont deux suites numériques définies par : $u_1 = \frac{1}{3}$ et pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,

$$u_{n+1} = \frac{n+1}{3n} u_n \text{ et } v_n = \frac{u_n}{n}$$

- Calculer u_2 ; u_3 ; v_1 et v_2 . /1,5pt
- Montrer que $(v_n)_{n \geq 1}$ est une suite géométrique. /2pts
- En déduire l'expression de v_n et u_n en fonction de n . /1,5pt
- Déterminer la somme $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$, puis calculer la limite de S_n quand n tend vers $+\infty$. /1,5pt

Exercice 4 : /11points

k est la fonction définie par : $k(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2-2x}$

- Préciser l'ensemble de définition D_k de k , puis calculer les limites de k aux bornes de D_k /3,5pts
- Donner les équations des asymptotes à la courbe (C_k) de k . /2pts
- Calculer la dérivée de k , puis dresser le tableau de variation de k . /3pts
- Dresser le tableau de variations f définie par : $f(x) = k(x-2) + 1$. /2,5pts

B- EVALUATION DES COMPETENCES /10points

Intitulé de la compétence: Utilisation des fonctions et des suites numériques pour résoudre des problèmes.

Un groupe de trente élèves sont chargés de fabriquer un solide en forme d'un pavé droit (Fig1) et de découper un rectangle dans une plaque métallique ayant la forme d'un demi-disque (Fig2) de diamètre 10cm et de centre O. Pour cela n'étant pas assez outillé et disposant d'un seul ordinateur, chacun des trente élèves doit mener individuellement un certain temps de recherches avec cet ordinateur. Le 1^{er} élève met 1heure de temps, le 2^{ème} met les trois quarts du temps du 1^{er}, le 3^{ème} met les trois quarts du temps du 2^{ème}, et ainsi de suite jusqu'au 30^{ème} qui met les trois quarts du temps mis par le 29^{ème} élève.

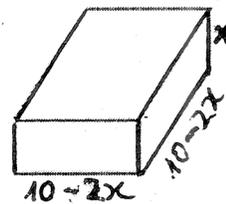


Fig1

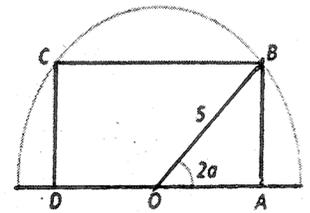


Fig2

- ✓ **Tâche1** : Déterminer le volume maximal \mathcal{A} du solide fabriqué par les trente élèves.
- ✓ **Tâche2** : Déterminer l'aire maximale \mathcal{A}' du rectangle découpé par les trente élèves.
- ✓ **Tâche3** : Déterminer le temps d'utilisation de cet ordinateur par les trente élèves.

13pts

13pts

13pts

Présentation :

11pt

