Ministère des Enseignements Secondaires
Office du Baccalauréat du Cameroun

Examen : BT Ind **Session** : 2021
Spécialité : IND sauf IH
Epreuve : Mathématiques
Durée : 3 H **Coef** : 3

L'épreuve comporte deux exercices et un problème répartis sur deux pages.

Exercice 1 : (5 points)

1- Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) : $Z^2-(i-4)z+5-5i=0$ **1,5 pt**

2- Le plan est rapporté à un repère orthonormé$(O,\ \overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2})$.

A tout nombre z différent de 3, on associe le nombre complexe $Z=\frac{z^2}{\bar{z}-3}$ où $\bar{z}$ désigne le conjugué de z. On note (Γ) l'ensemble des point M du plan d'affixe z, tels que Z soit un nombre réel.

a) Démontrer que (Γ) est la réunion de l' hyperbole (H) d'équation $(x-1)^2-\frac{y^2}{3}=1$ et de la droite (D) dont on déterminera une équation, privé du point de coordonnées $(3;0)$. **1 pt**

b) Déterminer le centre Ω, les foyers, les asymptotes et l'excentricité de (H). **1,5 pt**

c) Tracer (H) dans le repère orthonormé $(O,\ \overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2})$. **1 pt**

Exercice 2 : (4 points)

On considère le polynôme p(x)= $2x^3+x^2-13x+6$.

1- Déterminer deux réels b et c tels que p(x)= $(x-2)(2x^2+bx+c)$. **0,5 pt**

2- Résoudre dans IR l'équation p(x)= 0. **1 pt**

3- En déduire dans IR la résolution de l'équation :
$$2ln^3x+ln^2x-13lnx+6=0.$$ **0,75 pt**

4- Résoudre dans IR l'inéquation p$(x)\leq 0$. **0,75 pt**

5- En déduire dans IR l'ensemble solution de l'inéquation
$$2ln^3x+ln^2x\leq 13lnx-6.$$ **1 pt**

PROBLEME (11pts)

Partie A : 2 pts

On considère les équations différentielles ci-après :

(E): $y''-2y'+y=x$ et (E_0): $y''-2y'+y=0$

1- Résoudre (E_0) . **0,5 pt**

2- Déterminer les réels a et b pour lesquels la fonction polynôme P définie par $P(x)=ax+b$ est solution de (E). **0,5 pt**

3- Démontrer qu'une fonction $f$est solution de (E) si et seulement si $f-P$ est solution de (E_0). **0,5 pt**

4- En déduire la solution φ de (E) qui admet en 0 un extremum égal à 1. **0,5 pt**

PARTIE B : 2 pts

Soit la fonction g définie sur l'intervalle [0 ;+∞[par $g(x) = x + 2 - e^x$.

1- Dresser le tableau des variations de g sur [0 ;+∞[. **0,75 pt**

2- Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle [0 ;+∞[. Prouver que $1{,}14 < \alpha < 1{,}15$. **0,75 pt**

3- En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x. **0,5 pt**

PARTIE C : 7 pts

On considère la fonction f définie sur [0 ;+∞[par $f(x) = \frac{e^x-1}{xe^x+1}$. On désigne par (C) sa courbe représentative dans le repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. Unité graphique : 4cm

1- Montrer que pour tout réel positif x, $f(x) = \frac{1-e^{-x}}{x+e^{-x}}$. **0,25 pt**

2- En déduire la limite de f en +∞ et interpréter graphiquement le résultat. **0,5 pt**

3- a) Montrer que $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha+1}$. **0,5 pt**

b) En utilisant la question 2- de la partie B , donner un encadrement de $f(\alpha)$ à 10^{-2} près . **0,5 pt**

4- Déterminer une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0. **0,5 pt**

5- Montrer que pour tout x positif, $f(x) - x = \frac{(x+1)U(x)}{x+e^{-x}}$ avec $U(x) = 1 - x - e^{-x}$. **0,5 pt**

6- Dresser le tableau de variation de U et en déduire son signe sur l'intervalle [0 ;+∞[. **1 pt**

7- Déduire de ce qui précède la position de la courbe (C) par rapport à (T). **0,5 pt**

8- Montrer que pour tout $x \in [0; +\infty[$ $f'(x) = \frac{e^x g(x)}{(xe^x+1)^2}$, puis en utilisant la question 3- de la partie B, dresser le tableau de variations de f sur [0 ;+∞[. **1,25 pt**

9- Tracer (C) et (T). **1,5 pt**