Ministère des Enseignements Secondaires
Délégation Régionale de L'Ouest
IRP/Sciences
Sous-Section Mathématiques

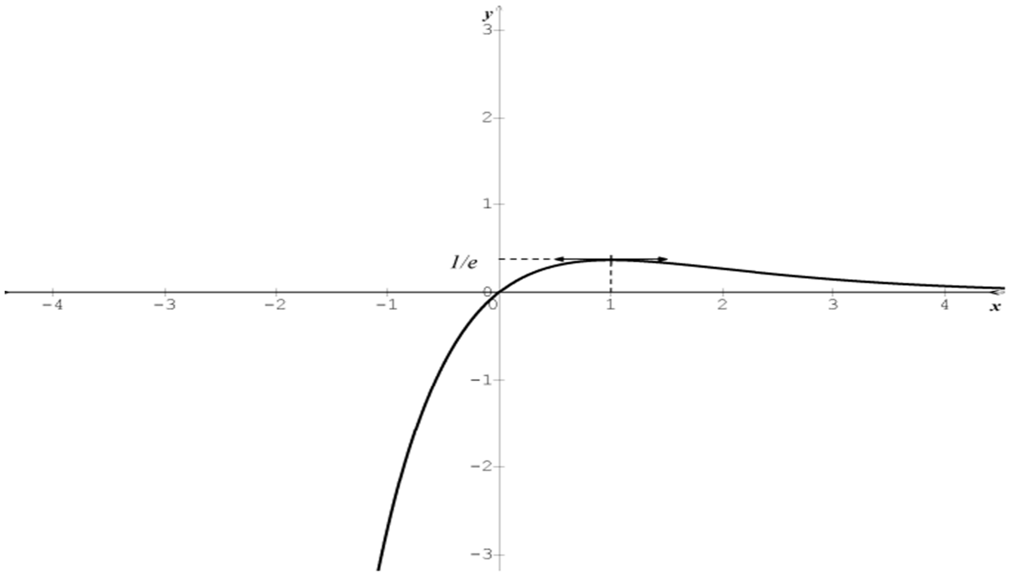
Examen : Baccalauréat Zéro
Session : 2021
Série : A-ABI

Épreuve : Mathématiques
Durée : 2 heures
Coef : 2

PROPOSITION DU CORRIGE DE L'EPREUVE ZERO

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES		
REFERENCES ET SOLUTIONS	**BAREME**	**COMMENTAIRES**
EXERCICE 1		
1) **Déterminons le triplet de réels $(x;y;z)$ vérifiant :** $\begin{cases} x+y=21 & (1) \\ x+z=10 & (2) \\ y+z=19 & (3) \end{cases}$ On a :$(1) \Leftrightarrow x = 21 - y \ \ et\ de\ (2) \Leftrightarrow \ z = 10 - x$, ainsi par substitution dans $(3) on\ a$ $21 - x + 10 - x = 19 \Rightarrow x = 6$. Par conséquent $y = 15$ et $z = 4$. Donc le triplet cherché est : $\boxed{(x;y;z) = (6;15;4)}$	**1,5 pt**	**0,5pt pour chaque valeur juste de x, y et z.Appréciez la méthode.**
2) **Déduisons le triplet $(x;y;z)$ solution de** : $\begin{cases} lnx + lny = 21 \\ lnx + lnz = 10 \\ lny + lnz = 19 \end{cases}$ Contraintes : $x > 0$ et $y > 0$. Posons $X = lnx$, $Y = lny$ et $Z = lnz$; On obtient donc le système $\begin{cases} X+Y=21 \\ X+Z=10 \\ Y+Z=19 \end{cases}$ ce qui donne d'après la question 1) $X = 6$, $Y = 15$ et $Z = 4$. Ainsi, $lnx = 6$, $lny = 15$ et $lnz = 4 \ \Rightarrow x = e^6, y = e^{15}$ et $z = e^4$. Donc le triplet cherché est : $\boxed{(x;y;z) = (e^6;e^{15};e^4)}$	**1,5 pt**	**0,25 pour la contrainte** **0,5 pour le changement de variable** **0,25 pt pour chaque valeur trouvée**
3) **Déterminons la dépense totale de BOUBA pour l'achat des trois articles.** Soit x le prix d'un téléphone, y le prix d'un ordinateur et z le prix d'une paire de chaussures.	**2pts**	**0,25pt pour le choix des inconnues ;**

On a : $\begin{cases} x+y=210\,000 \\ x+z=100\,000 \\ y+z=190\,000 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{x}{10000}+\frac{y}{10000}=21 \\ \frac{x}{10000}+\frac{z}{10000}=10 \\ \frac{y}{10000}+\frac{z}{10000}=19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X+Y=21 \\ X+Z=10 \\ Y+Z=19 \end{cases}$ avec $X=\frac{x}{10000}, Y=\frac{y}{10000}$ et $Z=\frac{z}{10000}$. D'après la question 1) on a : $X=6; Y=15$ et $Z=4$. Ainsi $x=60\,000$; $y=150\,000$ et $z=40\,000$.Par conséquent le prix d'un téléphone est 60000fcfa, celui d'un ordinateur est 150000fcfa et celui de la chaussure 40000fcfa $\Rightarrow x+y+z=60\,000+150\,000+40\,000=250\,000$ **<u>Conclusion</u>** : La dépense totale de BOUBA est de **250 000FCFA**		**0,5pt pour le système** $\begin{cases} \boldsymbol{x+y=210000} \\ \boldsymbol{x+z=100000} \\ \boldsymbol{y+z=190000} \end{cases}$ **0,75 pt pour la résolution de ce système** **0,5pt pour le résultat de la dépense totale**
EXERCICE 2		
FALONNE dispose de 10 pièces de monnaie dans son porte-monnaie : 4 pièces de 25 FCFA et 3 pièces de 50 FCFA et 3 pièces de 100 FCFA **1) Déterminons le nombre de tirages possibles.** Le nombre de tirages possibles est : $C_{10}^{3}=120$ tirages. **2) Déterminons la probabilité de tirer 3 pièces de même valeur.** $p=\frac{C_4^3+C_3^3+C_3^3}{C_{10}^3}=\frac{6}{120}=\frac{1}{20}$ **3) Déterminons la probabilité de tirer 3 pièces de valeurs différentes.** $p=\frac{C_4^1\times C_3^1\times C_3^1}{C_{10}^3}=\frac{36}{120}=\frac{3}{10}$ **4) Déterminons la probabilité de tirer 3 pièces dont la somme est 150FCFA.** $p=\frac{C_3^3+C_4^2\times C_3^1}{C_{10}^3}=\frac{19}{120}$	**0,5pt** **1pt** **1pt** **1,5pt**	**0,25 pt pour la démarche ;** **0,25 pt pour le résultat.** **0,5 pt pour la démarche ;** **0,5 pt pour le résultat.** **0,5 pt pour la démarche ;** **0,5 pt pour le résultat.** **1 pt pour la démarche ;** **0,5 pt pour le résultat.**
EXERCICE 3		
On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=xe^{-x}$. 1) **Calculons les limites de $\boldsymbol{f}$ en $-\infty$ et en $+\infty$.** $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} xe^{-x}=-\infty$ $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} xe^{-x}=0$ **Déduisons une équation de l'asymptote horizontale de $(\boldsymbol{C_f})$.** Comme $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$ alors la droite d'équation $y=0$ est asymptote horizontale à (C_f) au voisinage de $+\infty$. 2) **Montrons que $\forall \boldsymbol{x}\in\mathbb{R}, \boldsymbol{f'(x)=(1-x)e^{-x}}$.**	**1pt** **0,5pt**	**0,5 pt pour la limite juste.** **Aucune justification n'est exigée.**

<table>
<tr><td>Pour tout réel x, $f(x) = xe^{-x}$ alors, $f'(x) = x'e^{-x} + x(e^{-x})'$
$f'(x) = e^{-x} - xe^{-x} = (1 - x)e^{-x}$.</td><td>1pt</td><td>0,5 pt pour la démarche ;
0,5 pt pour le résultat.</td></tr>
<tr><td>3) Dressons le tableau des variations de f.
$f'(x)$ et $1 - x$ ont le même signe sur $\mathbb{R}$, car $e^{-x} > 0$.
Posons $f'(x) = 0 \Rightarrow (1 - x)e^{-x} = 0 \Rightarrow 1 - x = 0 \Rightarrow x = 1$, car $e^{-x} \neq 0$.
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$ ↗</td><td>$\frac{1}{e}$</td><td>↘ 0</td></tr></table></td><td>1,5pt</td><td>0,5 pt par ligne du tableau de variation de f ;</td></tr>
<tr><td>4) Traçons (C_f).
</td><td>1pt</td><td>0,25 pt pour un bon repère ;
0,25 pt pour l'asymptote horizontale ;
0,5 pt pour l'allure de la courbe.</td></tr>
<tr><td>5) Montrons que $F(x) = (-x - 1)e^{-x}$ est la primitive de f sur $\mathbb{R}$ qui prend la valeur -1 en 0
On a $\forall x \in \mathbb{R}$, $F'(x) = (-x - 1)'e^{-x} + (-x - 1)(e^{-x})'$
$= -e^{-x} - (-x - 1)e^{-x}$
$= -e^{-x} + xe^{-x} + e^{-x}$
$= xe^{-x}$
Alors, $F'(x) = f(x)$. De plus, $F(0) = (0 - 1)e^0$
$= -1$
Donc F est la primitive de f qui prend la valeur -1 en 0.</td><td>1pt</td><td>0,75 pt pour le calcul de la dérivée ;
0,25 pt pour le calcul de $F(0)$.</td></tr>
</table>

<u>Conclusion</u> : F est la primitive de f qui prend la valeur -1 en 0.		
PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES		
REFERENCES ET SOLUTIONS	CRITERES	INDICATEURS ET BAREMES
Tâche 1 : Déterminons l'aire maximale du nouveau champ $FCGH$ de NYANGONO - <u>Déterminons l'expression de l'aire $A(x)$ en fonction de x.</u> BC=50m et BG=x donc FH=50+x DC=200m et DF=x donc FC=200-x Le champ ayant la forme rectangulaire, l'aire est $A(x) = FC \times FH$ $= (50 + x)(200 - x)$ $= -x^2 + 150x + 10000$ $A(x) = -x^2 + 150x + 10000$ - <u>Déterminons l'abscisse du point en qui $A(x)$ atteint son maximum.</u> $A'(x) = -2x + 150$. Ainsi $A'(x) = 0 \Rightarrow -2x + 150 = 0 \Rightarrow x = 75$ $A(x)$ est donc maximale pour $x = 75$. - <u>Déterminons la valeur maximale de l'aire.</u> On a : $A(75) = (200 - 75)(50 + 75) = 15\ 625$ **<u>Conclusion :</u>** L'aire maximale du nouveau champ de NYANGON est de $15\ 625\ m^2$.	**C_1 : Interprétation correcte de la situation**	**0,25 pt pour l'expression de l'aire $A(x)$; 0,25 pt pour le calcul de la dérivée $A'(x)$**
	C_2 : Utilisation correcte des outils	**0,25 pt pour le calcul de l'abscisse du point en qui la dérivée s'annule ; 0,25 pt pour le résultat 15 625.**
	C_3 : Cohérence	**0,5 pt pour le bon enchainement (démarche et unité).**
Tâche 2 : Déterminons le prix de vente maximal du sac de macabos après les fêtes. Posons P_0 le prix initial du sac de macabos, P_1 le prix du sac de macabos avant les fêtes et P_2 le prix du sac de macabos après les fêtes. - <u>Exprimons le prix P_1 du sac de macabos avant les fêtes</u> On a $P_1 = P_0 + \frac{P_0}{100}x = 80\ 000 + \frac{80\ 000}{100}x = 800x + 80\ 000$ - <u>Exprimons le prix P_2 du sac de macabos après les fêtes</u> On a $P_2 = P_1 - \frac{P_1}{100}\left(\frac{x}{2}\right) = 800x + 80\ 000 - \frac{800x+80\ 000}{100} \times \frac{x}{2} = -4x^2 + 400x + 80\ 000$ - <u>Déterminons l'abscisse du point où $P_2(x)$ soit maximal</u> On a $P'_2(x) = -8x + 400$. Ainsi $P'_2(x) = 0 \Rightarrow -8x + 400 = 0 \Rightarrow x = 50$. Donc le prix est maximal pour $x = 50$. - <u>Déterminons le prix maximal.</u> On a $P_2(50) = -4 \times 50^2 + 400 \times 50 + 80\ 000 = 90\ 000$ **<u>Conclusion</u>** : Le prix maximal du sac de macabos après les fêtes est de 90 000 $FCFA$	**C_1 : Interprétation correcte de la situation**	**0,25 pt pour l'expression du prix P_2 après les fêtes ; 0,25pt pour le calcul de la dérivée $P'_2(x)$**
	C_2 : Utilisation correcte des outils	**0,25 pt pour le calcul de l'abscisse du point en qui la dérivée s'annule ; 0,25 pt pour le résultat 90 000.**
	C_3 : Cohérence	**0,5 pt pour le bon enchainement (démarche et unité). NB : Accepter la méthode permettant de déterminer les coordonnées du sommet de la parabole $P_2(x)$.**

Tâche 3 : Déterminons le taux de réduction du prix d'un sac de patates douces. Posons Q_0 le prix initial du sac de patates, Q_1 le prix du sac de patates avant les fêtes et Q_2 le prix du sac de patates après les fêtes. - <u>Exprimons le prix Q_1 du sac de patates avant les fêtes</u> On a $Q_1(t) = Q_0 - \frac{Q_0}{100}t = 50\ 000 - \frac{50\ 000}{100}t = 50\ 000 - 500t$ - <u>Exprimons le prix Q_2 du sac de patates douces après les fêtes</u> $Q_2(t) = Q_1 + \frac{Q_1}{100} \times 2t = 50\ 000 - 500t + \frac{50\ 000-500t}{100} \times 2t = -10t^2 + 500t + 50\ 000$ - <u>Déterminons t pour que $Q_2(t) = 51\ 840$</u>. On a $-10t^2 + 500t + 50\ 000 = 51\ 840 \Rightarrow -10t^2 + 500t - 1\ 840 = 0$ $\Delta = b^2 - 4ac = 500^2 - 4(-10)(-1\ 840) = 176\ 400 = (420)^2$ Ainsi $t_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-500-420}{-20} = \frac{-920}{-20} = 46$ et $t_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-500+420}{-20} = 4$ **<u>Conclusion</u>** : Le taux de réduction du prix d'un sac de patates douces est 46% ou 4%.	**C_1 : Interprétation correcte de la situation**	**0,25 pt pour l'expression du prix Q_1 d'un sac de patates douces avant les fêtes ; 0,25pt pour l'expression du prix Q_2 d'un sac de patates douces après les fêtes.**
	C_2 : Utilisation correcte des outils	**0,25 pt pour chaque valeur 46 et 4, solution de l'équation $Q_2(x) = 51\ 840$**
	C_3 : Cohérence	**0,5 pt pour le bon enchainement du raisonnement (démarche et unité du taux en pourcentage). NB : l'une des deux valeurs 46% et 4% sera acceptée.**
NB : Le point réservé à la présentation porte sur l'ensemble de toute la copie du candidat.	**Présentation**	**0,25 pt pour la lisibilité 0,25pt pour l'orthographe et la grammaire**