

C₁: 0,5pt

C₂: 0,5pt

C₃: 0,5pt

Par Nathanaël ANONO HESSI
PLEG Maths.

PARTIE B. EVALUATION DES COMPÉTENCES.

Tâche 1. Déterminons le nombre d'hommes et le nombre de femmes ayant transporté le sable.

Désignons par x le nombre d'hommes et par y le nombre de femmes ayant transporté le sable. ($x > 0$ et $y > 0$)

- Chaque homme transporte 19 seaux et chaque femme transporte 13 seaux pour un total de 1000 seaux de sable signifie que:
 $19x + 13y = 1000$.

- On souhaite que $\frac{x}{y} \leq 2$ et $\frac{y}{x} \leq 2$ (le rapport des deux nombres n'exécède pas 2 ni dans un sens, ni dans l'autre).

Nous avons: $19 = 13 \times 1 + 6$

$$13 = 6 \times 2 + 1, \text{ donc } 1 = 13 - 6 \times 2.$$

$$= 13 - 2(19 - 13 \times 1)$$

$$= 19(-2) + 13 \times 3.$$

$$\text{Ainsi, } 1000 = 19 \times (-2000) + 13 \times 3000.$$

une solution particulière de cette équation est le couple $(-2000; 3000)$

$$19x + 13y = 1000 \Leftrightarrow 19x + 13y = 19 \times (-2000) + 13 \times 3000$$

$$\Leftrightarrow 19(x + 2000) = 13(3000 - y)$$

or 13 divise $13(3000 - y)$, donc 13 divise $19(x + 2000)$

Comme 13 et 19 sont premiers entre eux, alors d'après le théorème de GAUSS, 13 divise $x + 2000$.

Ainsi, il existe $k \in \mathbb{Z}$ tel que $x = -2000 + 13k$.

0,5pt

On aura alors $19 \times 13k = 13(3000 - y)$

c'est-à-dire $y = 3000 - 19k, k \in \mathbb{Z}$.

On cherche x et y tels que $\begin{cases} 0 < x \leq 2y \\ 0 < y \leq 2x \end{cases}$.

$$\bullet x \leq 2y \Rightarrow 13k - 2000 \leq 6000 - 38k$$

$$\Rightarrow k \leq 156,86.$$

$$\bullet y \leq 2x \Rightarrow 3000 - 19k \leq 26k - 4000$$

$$\Rightarrow k \geq 155,55. \quad \text{Ainsi } 155,55 \leq k \leq 156,86$$

Donc $k = 156$.

Ceci étant : $x = 28$ et $y = 26$.

28 hommes et 26 femmes ont transporté ce sable.

0,5pt

0,5pt

Tâche 2. Déterminons le volume du pavé où le sable est entreposé.

• Déterminons les entiers naturels a et b .

posons $\mu = \text{PPCM}(a', b)$ et $\delta = \text{PGCD}(a', b)$.

On a : $\delta\mu = ab$.

$$\delta = \text{PGCD}(a', b) \Rightarrow \begin{cases} a = \delta a' \\ b = \delta b' \\ \text{PGCD}(a', b') = 1 \end{cases} \quad a', b' \in \mathbb{N}^*$$

$$\delta\mu = ab \Rightarrow \delta\mu = \delta^2 a' b'$$

Comme $\delta \neq 0$, alors $\mu = \delta a' b'$.

$$\text{Ceci étant : } 2\text{PPCM}(a', b) + 3\text{PGCD}(a', b) = 23$$

$$\Rightarrow 2\mu + 3\delta = 23$$

$$\Rightarrow 2\delta a' b' + 3\delta = 23$$

$$\Rightarrow \delta(2a' b' + 3) = 23$$

Ainsi, δ divise 23

0,5pt

Comme 23 est premier, alors $\delta=1$ ou $\delta=23$.

- $\delta=1 \Rightarrow 2a'b'+3=23$

$$\Rightarrow 2a'b'=20 \Rightarrow a'b'=10=2 \times 5=5 \times 2.$$

Comme $\text{PGCD}(a';b')=1$ alors $(a'=2 \text{ et } b'=5)$ ou $(a'=5 \text{ et } b'=2)$.

Ainsi $(a=2 \text{ et } b=5)$ ou $(a=5 \text{ et } b=2)$.

- $\delta=23 \Rightarrow 2a'b'+3=1$

$\Rightarrow a'b'=-1$ ce qui est impossible, car $a', b' \in \mathbb{N}^*$.

Finalement $a=2$ et $b=5$ ou $a=5$ et $b=2$.

- Déterminons le volume du pavé.

1^{er} cas. $a=2$ et $b=5$. $V = a^2 \times b = 2^2 \times 5 = 20$ $V = 20 \text{ m}^3$

2^{ème} cas. $a=5$ et $b=2$. $V = a^2 \times b = 5^2 \times 2 = 50$ $V = 50 \text{ m}^3$

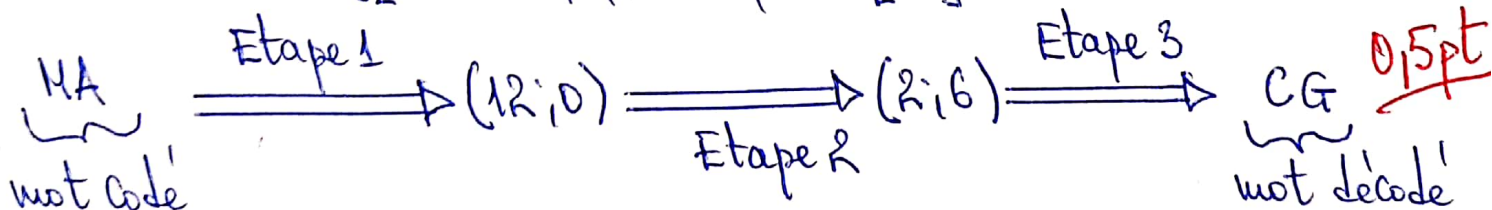
Tâche 3. Décodons le code qu'ATEBA a reçu.

- Décodons MA.

Nous avons $x_1=12$ et $x_2=0$.

$$y_1 = 11 \times 12 + 3 \times 0 = 132 \equiv 2 [26]$$

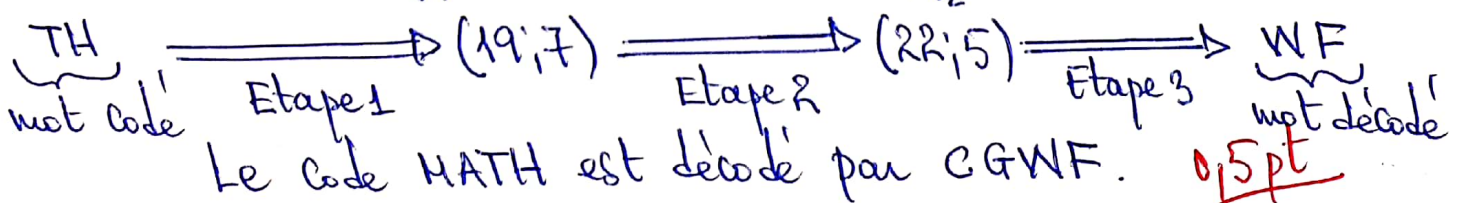
$$y_2 = 7 \times 12 + 4 \times 0 = 84 \equiv 6 [26]$$



- Décodons TH.

De même, on a: $x_1=19$ et $x_2=7$.

$$y_1 = 11 \times 19 + 3 \times 7 \equiv 22 [26]; y_2 = 7 \times 19 + 4 \times 7 \equiv 5 [26].$$



Le code MATH est décodé par CGWF.