

Partie B: EVALUATION DES COMPETENCES.Tâche 1. Déterminons le coût exact de la réalisation du projet.• Déterminons n.

$$- C = 5 \times 10^n = 5 \times (2 \times 5)^n = 2^n \times 5^{n+1}$$

- C possède 132 diviseurs signifie que $(n+1)(n+2) = 132$.

$$(n+1)(n+2) = 132 \Leftrightarrow n^2 + 3n - 130 = 0$$

$$\Leftrightarrow (n-10)(n+13) = 0$$

$$\Leftrightarrow n = 10 \text{ ou } n = -13.$$

Comme $n \in \mathbb{N}$, alors $n = 10$

• Coût exact de la réalisation du projet

$$C = 5 \times 10^{10} = 50.000.000.000 \text{ FCFA}$$

Le coût exact de la réalisation du projet est de 0,5 pt
50.000.000.000 FCFA. (50 milliards de FCFA)

Tâche 2. Déterminons le nombre de tableaux de chaque type.• Déterminons p.

$$\frac{p+15}{p+2} \in \mathbb{N} \Rightarrow \frac{p+2+13}{p+2} \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow 1 + \frac{13}{p+2} \in \mathbb{N}$$

$$\Rightarrow \frac{13}{p+2} \in \mathbb{N}, \text{ Ainsi } p+2 \text{ est un diviseur positif de } 13$$

13 étant un nombre premier, alors $p+2 \in \{1, 13\}$

par suite $p \in \{-1, 11\}$ et comme $p \in \mathbb{N}$, alors $\boxed{p = 11}$. 0,5 pt

L'artiste a exposé 11 tableaux de type T_1 .

• Déterminons q :

q est un nombre premier tel que $13q+1$ est le carré d'un entier
Signifie que $13q+1 = n^2$, $n \in \mathbb{N}$.

$$13q+1 = n^2 \Rightarrow 13q = n^2 - 1 = (n-1)(n+1)$$

13 divise $13q$, donc 13 divise $(n-1)(n+1)$ et comme 13 est premier
alors 13 divise $n-1$ ou 13 divise $n+1$.

1^{er} cas Si 13 divise $n-1$, alors $n = 13k+1$, $k \in \mathbb{N}$

$$\text{Ceci étant } 13q = 13k(13k+2)$$

$$\text{C'est-à-dire } q = k(13k+2)$$

0,5pt

Ainsi k divise q et comme q est premier, alors $k=1$ ou $k=q$

$$\bullet \text{ Si } k=1, \text{ alors } q=15, n=14 \text{ et } 13 \times 15 + 1 = 196 = 14^2.$$

$$\bullet \text{ Si } k=q, \text{ alors } 13q+2=1 \text{ (ce qui est impossible dans } \mathbb{N})$$

2^e cas Si 13 divise $n+1$, alors $n = 13k-1$, $k \in \mathbb{N}$

$$\text{On aura donc } 13q = (13k-2) \times 13k$$

$$\text{C'est-à-dire } q = k(13k-2).$$

$$\bullet \text{ Si } k=1, \text{ alors } q=11, n=12 \text{ et } 13 \times 11 + 1 = 144 = 12^2$$

$$\bullet \text{ Si } k=q, \text{ alors } 13q-2=1 \text{ (impossible dans } \mathbb{N})$$

Ainsi $q=15$ ou $q=11$.

q étant premier, alors $\boxed{q=11}$.

0,5pt

L'artiste a exposé 11 tableaux de type T_2 .

Tâche 3. Déterminons N .

$$\text{posons } \delta = \text{PGCD}(9N+4, 2N-1)$$

$$\text{Alors } \delta \mid 9N+4 \text{ et } \delta \mid 2N-1, \text{ donc } \delta \mid 2(9N+4) - 9(2N-1)$$

c'est-à-dire $8|17$

Comme 17 est premier, alors $\delta=1$ ou $\delta=17$.

0,5pt

• $\delta=1 \Leftrightarrow (9N+4)(2N-1) = \text{PPCM}(9N+4, 2N-1)$
 $(\Rightarrow) (9N+4)(2N-1) = 714$

$(\Rightarrow) 18N^2 - N - 718 = 0 \quad \Delta = 51697 \quad \sqrt{\Delta} \notin \mathbb{N}.$

(impossible dans $\mathbb{N}$).

0,5pt

• $\delta=17 \Rightarrow (9N+4)(2N-1) = 17 \times \text{PPCM}(9N+4, 2N-1)$

$(\Rightarrow) (9N+4)(2N-1) = 17 \times 714$

$(\Rightarrow) 18N^2 - N - 4 - 12138 = 0$

$(\Rightarrow) 18N^2 - N - 12142 = 0$

$(\Rightarrow) (N-26)(18N+467) = 0$

$(\Rightarrow) N=26 \text{ ou } N = -\frac{467}{18} \notin \mathbb{N}$

Ainsi, $\boxed{N=26}$.

0,5pt

C_1 : Interprétation correcte de la situation 0,5pt

C_2 : Utilisation correcte des outils. 0,5pt

C_3 : Cohérence: 0,5pt.