Département : MATHS
Examinateur : M.NANA
Evaluation N° 3

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Année Scolaire :2020/2021
Classe : $1^{ière}$C
Coef :6 ; Durée :03hrs

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15points)

Exercice 1 (02 ,75 points)

On considère l'équation : (E): $t^3 - \frac{\sqrt{3}}{2}t^2 - \frac{1}{4}t + \frac{\sqrt{3}}{8} = 0$

1) Verifier que $(1+\sqrt{3})^2 = 4 + 2\sqrt{3}$ 0,25pt
2) Verifier que $\frac{1}{2}$ est une racine de (E) 0,5pt
3) Verifier que $t^3 - \frac{\sqrt{3}}{2}t^2 - \frac{1}{4}t + \frac{\sqrt{3}}{8} = (t - \frac{1}{2})(t^2 + \frac{1-\sqrt{3}}{2}t - \frac{\sqrt{3}}{4})$ 0,5pt
4) Resoudre dans IR l'équation (E) 0,5pt
5) Deduire dans $]-\pi;\pi]$ les solutions de l'équation (E'): $(sinx)^3 - \frac{\sqrt{3}}{2}(sinx)^2 - \frac{1}{4}sinx + \frac{\sqrt{3}}{8} = 0$. 1pt

Exercice 2 (06,25 points)

L'espace (ε) est muni du repère orthonormé direct $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.On considère les points $A(1;6;4)$; $B(2;5;3)$; $C\ (3;1;1)$et $D(8;1;7)$. Soit (S) l'ensemble des points $M(x;y;z)\epsilon(\varepsilon)$ tel que : $x^2 - 2x + y^2 - 4y + z^2 - 4 = 0$

1) Déterminer la nature et les éléments caractéristique de (s). 0,5pt
2) Démontrer que les points $A; B\ et\ C$ ne sont pas alignés. 0,5pt
3) Donne une représentation paramétrique du plan (ABC) 0,5pt
4) Ecrire l'équation cartésienne de la sphère de diamètre $[AC]$ 0,75pt
5) Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC) de vecteur normal $\vec{n}(-2;1;-3)$ 0,5pt
6) Montrer que les point $A; B; C\ et\ D$ sont coplanaires 0,75pt
7) Soit (Δ) la droite passant par D et de vecteur directeur $\vec{u}(2;-1;3)$
   a) Démontrer que (Δ) est orthogonal au plan (ABC) 0,25pt
   b) Donne une représentation paramétrique de (Δ) 0,25pt
   c) déterminer les coordonnées du point K intersection de (Δ) et du plan (ABC) 0,5pt
8) Caractériser l'intersection de (s) avec le plan d'équation (P): $x - 2y + 5z - 2 = 0$ 0,5pt
9) KLMN est un tétraèdre. On note I et J milieux respectifs des segments $[KM]\ et\ [LN]$. On définit les points $P; Q\ :\ R\ et\ S$ par : $\overrightarrow{KP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{KL}$; $\overrightarrow{KQ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{KN}$; $\overrightarrow{MR} = \frac{1}{3}\overrightarrow{ML}$; $\overrightarrow{MS} = \frac{1}{3}\overrightarrow{MN}$
   a) Faites une figure 0,5pt
   b) Montrer que les droites (PS); $(QR)et\ (IJ)$ sont concourantes 0,75pt

Exercice 3 (06 points)

Partie A On considère les fonctions suivantes : $f(x) = \frac{xsin\frac{1}{x}}{\sqrt{1-x^2}}$; $g(x) = \frac{x^2}{x-1}$ et $h(x) = \frac{x^2-4x+1}{x-4}$

1) Déterminer le domaine définition de f 0,5pt
2) Etudier la parité de f 0,5pt

3) Quel est l'axe de symétrie de la courbe représentative de la fonction f 0,25pt
4) Déterminer les nombres réels a et b tels que la courbe représentative de h soit l'image de la courbe représentative de g par la translation de vecteur $\vec{u}\binom{a}{b}$. 0,75pt

Partie B On considère les fonctions suivantes : $f(x) = 4x^2 - 8$; $h(x) = x + \sqrt{x-1}$ et $g(x) = \frac{2x^2+5x-1}{x+2}$

1) Déterminer les domaines de définition de f ; g et h 0,25pt +0,5pt× 2
2) Déterminer les domaines de définition de $h\, o f$ 1pt
3) Montrer que le point $A(-2;-3)$est un centre de symétrie à la courbe représentative de la fonction g. 0,75pt
4) Calculer les limites suivantes : 0,5pt× 2

$$\lim_{x\to-\infty} \frac{\sqrt{3x^2+1}}{2x+5} \quad ; \quad \lim_{x\to1} \frac{x^2+3x-4}{x^2-1}$$

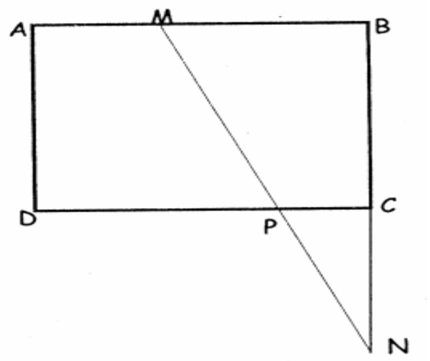
PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (04,5points)

Situation

L'administration du complexe scolaire LENYA voudrait aménager son site situé à l'extérieur du complexe en y construisant un stade de hand-ball. Dans le cahier de charge, le stade de hand-ball est délimité par les points images sur le cercle trigonométrique des solutions sur $[0\,;2\pi[$ de l'équation $P(x) = 1$ ou $P(x) = 1 + 2(sinx)(cosx) - 2cos^2x$, l'unité étant 12 mètres, pour éviter que la pelouse soit submergée de boue l'administration décide de la daller à l'aide du sable et du ciment : le sable est vendu à 600F le seau de 15 litres et un seau peut couvrir un espace de $0,5\ m^2$.Un sac de ciment coûtant 5700 F et un sac de ciment peut couvrir 3 m^2 de surface. M.CHEDJOU qui est un employé de ce complexe dispose d'une entreprise qui fabrique un certain produit pharmaceutique. Soit x la quantité produite en kilos : $x \in [0\,;25]$ .Le coût de production, exprimé en FCFA est donnée par :

$C(x) = 2x^2 - 40x + 500$

Le jardin de ce complexe est une terre cultivable qui a la forme d'un carré de côté 1 km ,on tend une ficelle du point M au point N. M étant un poteau fixé sur le côté $[AB]$ à une distance x de A et N un poteau sur la demi-droite d'origine C et ne contenant pas B . Le jardinier place le poteau N tel que $CN = AM$. la ficelle aisi tendu est soutenue par un poteau P.On cultive effectivement sur le domaine $AMPD$.



Tâches:

1) Aide le jardinier à trouver la distance des poteaux P à C en fonction de x. 1,5pt
2) Détermine le budget à prévoir par l'administration pour la construction du stade de hand-ball. 1,5pt
3) Détermine la valeur de x pour laquelle le coût de production est minimal. Quel est alors ce coût de production. 1,5pt

Présentation=+0,5pt