

ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

LYCÉE BILINGUE
DE FOKOUÉ

Proposé par : M. Kouankam Aubin

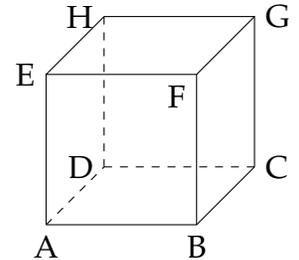
BACCALAURÉAT BLANC 1
Série : C, Durée : 4h

La rédaction, la clarté et la rigueur seront des éléments importants d'appréciation des copies

A- ÉVALUATION DES RESSOURCES (15.5 points)

Exercice 1. (4.5 points)

On considère le cube ABCDEFGH de côté l'unité représenté ci-contre. On rapporte l'espace au repère $(D, \vec{DA}, \vec{DC}, \vec{DH})$. Soient les points $F_1(0;3;0)$, $A'(-1;0;0)$, P le milieu du segment [AD] et $I = (AB) \cap (PC)$



I-

1. Déterminer et caractériser l'ensemble des points M du plan de repère (D, \vec{DC}, \vec{DH}) tels que $\|\vec{MA} \wedge \vec{MA'}\| = \|\vec{MF_1}\|$. [0.75 pt]
2. (a) Démontrer que tout point M de l'espace vérifie la relation $\vec{MA} \wedge \vec{MB} + \vec{MP} \wedge \vec{MC} = \vec{MI} \wedge (\vec{AB} + \vec{PC})$. [0.75 pt]
- (b) Déduire le lieu des points M de l'espace tels que $\vec{MA} \wedge \vec{MB} = \vec{MC} \wedge \vec{MP}$. [0.5 pt]

II- Étant donné N un point du segment [HG], on note $HN = n$. (Donc $n \in [0;1]$).

1. Montrer que le volume du tétraèdre ENFD, en unité de volume est une constante à déterminer. (On pourra remarquer que $N(0, n, 1)$). [0.75 pt]
2. Déterminer une équation cartésienne du plan (NFD) en fonction de n. [0.5 pt]
3. On note d_n la distance du point E au plan (NFD).
 - (a) Montrer que $d_n = \frac{1}{\sqrt{2n^2 - 2n + 2}}$. [0.5 pt]
 - (b) Déterminer les coordonnées de N sur le segment [HG] pour que d_n soit maximale. [0.75 pt]

Exercice 2. (4.5 points)

I- x, y et z sont dans cet ordre trois termes consécutifs d'une suite géométrique. Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1. (a) Montrer que $(x + y + z)(x - y + z) = x^2 + y^2 + z^2$. [0.5 pt]
- (b) Déterminer x, y et z sachant que leur somme est 91 et la somme de leur carrés 4459. [0.75 pt]
2. Déterminer x, y et z sachant que les nombres y, x et z sont dans cet ordre les termes consécutifs d'une suite arithmétique de même raison. [0.75 pt]

II- On considère l'application linéaire d'expression analytique : $\begin{cases} x' = 4x - 6y \\ y' = 2x - 3y \end{cases}$

1. Déterminer les vecteurs \vec{u}_1 et \vec{u}_2 bases respectives de $\text{Ker}(f)$ et $\text{Im}(f)$. [1 pt]
2. montrer que $\mathcal{B} = (\vec{u}_1, \vec{u}_2)$ est une base du plan, puis déterminer la matrice de f dans cette base. [0.75 pt]
3. Montrer que $f \circ f = f$, puis en déduire la nature et les éléments caractéristiques de f . [0.75 pt]

Exercice 3. (6.5 points)

On considère la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = \int_x^{2x} \frac{e^{-t}}{t} dt, \text{ si } x > 0 \\ f(0) = \ln 2 \end{cases}$, on désigne par (\mathcal{C}) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) du plan.

1. Étudier les variations de la fonction g définie sur $[0; +\infty[$ par $g(x) = 1 - x - e^x$, dresser son tableau de variations. [1 pt]
2. (a) Démontrer que pour tout $t > 0$, on a $t - \frac{1}{2}t^2 \leq 1 - e^{-t} < t$. [0.5 pt]
(b) Dédurre que pour tout $x > 0$, on a $1 - \frac{3}{4}x \leq \frac{\ln 2 - f(x)}{x} < 1$, puis que la fonction f est dérivable en 0. [0.75 pt]
3. (a) Montrer que pour tout $x > 0$, $0 \leq f(x) \leq \frac{e^{-x} - e^{-2x}}{x}$ [0.5 pt]
(b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. [0.25 pt]
4. (a) Justifier que f est dérivable sur $[0; +\infty[$ et calculer $f'(x)$ pour tout $x > 0$. [0.75 pt]
(b) Dresser le tableau de variations de f puis tracer (\mathcal{C}) dans le repère. [1 pt]
5. (a) Montrer que f est une bijection de $[0; +\infty[$ vers un intervalle à préciser. [0.5 pt]
(b) Étudier la dérivabilité de la fonction réciproque f^{-1} de f puis calculer $f^{-1}(\ln 2)$. [0.75 pt]
(c) Tracer dans le même repère et en pointillés la courbe de f^{-1} . [0.5 pt]

B- ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (4.5 points)

La commune de Fokoué est dotée d'un Lycée et d'un centre médicale. Le parc informatique du Lycée est composé de 250 ordinateurs dont 40 sont considérés comme neuf, 100 sont considérés comme récents et les autres anciens. Une étude statistique a indiquée que 4% des ordinateurs neufs sont défectueux, 12% des ordinateurs récents sont défectueux et 25% ordinateurs anciens sont défectueux.

Une étude dans cette localité a révélé que 20% des individus de cette population ont une maladie chronique. Parmi les individus qui ont une maladie chronique, 2.5% sont atteints de la maladie à corona virus (Covid-19). Parmi les individus qui n'ont pas de maladie chronique, 99% ne sont pas atteints de la Covid-19.

Dans le centre d'analyse médicale de cette localité, le tiers de la population a été vacciné contre la covid-19. Lors de la deuxième vague de cette pandémie, le médecin chef constate que sur 15 malades il ya 2 personnes vaccinées.

Consignes :

1. Quelle est la probabilité qu'un ordinateur soit neuf sachant qu'il est défectueux? [1.5 pts]
2. Quelle est la probabilité qu'un individu atteint de la covid-19 ait une maladie chronique? [1.5 pts]
3. Le vaccin effectué contre la covid-19 est-il efficace? [1.5 pts]

« Sans travail acharné, rien ne pousse sauf les mauvaises herbes. »