COLLEGE BILINGUE DJA'ANKEU		BP 7354		TEL: 6 70 70 79 09	
TRAVAUX DIRIGES	EPREUVE	CLASSE	COEF	DUREE	ANNEE
BACCALAUREAT	MATHEMATIQUES	TCD	4/7	3H	2020-2021

Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES/15PTS

EXERCICE 1/3,5pts

1) a) Démontrer les propositions suivantes par récurrence sur l'entier naturel n.

$P(n)$: " $\forall n \in IN^*$, $\dfrac{1}{1(1+1)}+\dfrac{1}{2(2+1)}+\dfrac{1}{3(3+1)}+\ldots+\dfrac{1}{n(n+1)}=1-\dfrac{1}{n+1}$ " (0.75pt)

b) En déduire sous forme de fraction irréductible le réel a défini par :

$a=\dfrac{1}{10\times11}+\dfrac{1}{11\times12}+\dfrac{1}{12\times13}+\ldots+\dfrac{1}{99\times100}$. (0.25pt)

2) Résoudre dans $\mathbb{Z}^2$, le système : $\mathrm{PGCD}(x\,;y)=5$ et $x+y=60$. (0.5pt)

3) On considère les équations et inéquations suivantes :

$(I):\ln^2(x)-8\ln(x)+4\leq0$ et $(E):\ln(x+2)-\ln5=2\ln3-\ln(x-2)$ (0.75pt)

4) On considère la fonction h définie sur $J=\left]-\dfrac{\pi}{2}\,;\,\dfrac{\pi}{2}\right[$ par : $h(x)=\dfrac{\sin x}{\cos^3 x}$

a) Déterminer la dérivée première h' de la fonction h ; (0,5pt)

b) Trouver les nombres réels a et b tels que : $h'(x)=\dfrac{a}{\cos^4 x}+\dfrac{b}{\cos^2 x}$; (0.25pt)

c) En déduire sur J l'ensemble des primitives G de la fonction $g:x\mapsto\dfrac{1}{\cos^4 x}$. (0,5pt)

EXERCICE 2/3points

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{u}\,;\vec{v})$.

On pose $z_0=2$ et pour tout entier naturel n ; $z_{n+1}=\dfrac{1+i}{2}z_n$ et on note A_n le point d'affixe z_n.

1) Calculer z_1, z_2 et vérifier que z_4 est réel ; (0.75pt)

2) Pour tout entier naturel n, on pose : $u_n=|z_n|$

a) Justifier que la suite $(u_n)_{n\in IN}$ est géométrique puis établir que pour tout entier naturel n ;

$u_n=2\left(1/\sqrt{2}\right)^n$; (0.5pt)

b) En déduire que $\forall n\in IN$; $A_{n-1}A_n=u_n$; (0.25pt)

c) A partir de quel rang n_0 tous les points A_n appartiennent-ils au disque de centre O et de rayon 0,1 ? (0.5pt)

d) Etablir que pour tout entier naturel n ; $\dfrac{z_{n+1}-z_n}{z_{n+1}}=i$; En déduire la nature du triangle OA_nA_{n+1} ; (0.25pt)

e) Pour tout entier naturel n, on pose L_n la longueur de la ligne brisée $A_0A_1A_2A_3\cdots A_{n-1}A_n$; c'est-à-dire : $L_n=A_0A_1+A_1A_2+A_2A_3+\cdots+A_{n-1}A_n$. En utilisant la question 3-b), exprimer L_n en fonction de n ; (0.5pt)

f) Quelle est la limite de la suite $(L_n)_{n\in IN}$? (0.25pt)

EXERCICE 3/03pts

On munit l'espace Σ d'un repère orthonormé direct $(O ; \vec{i} ; \vec{j} ; \vec{k})$ et on donne les points $A(1 ; 1 ; -1.5)$, $B(0 : 1 : -1)$, $C(-4 ; -3 ; -2)$, $D(1 : 1 : -1)$, $I(1 : 0 : 0)$, $G(1.5 ; 0.5 : 0)$ et $K(1.5 : -0.5 ; 0)$.

1) a) Les points A , B et C sont-ils alignés ? (0.5pt)
   b) Déterminer l'équation cartésienne du plan (ABC); (0.75pt)
2) a) Les points A , B , C et D sont-ils coplanaires ? (0.25pt)
   b) Calculer la distance du point D au plan (Π) : $2x-3y+4z+7=0$; (0.5pt)
   c) Calculer le volume du tétraèdre ABCD. (0.5pt)
3) a) Déterminer les coordonnées du point P tel que : $\overrightarrow{KP}=\overrightarrow{IG}$; (0.25pt)
   b) En déduire la nature de la figure IGPK ; (0.25pt)

EXERCICE 4/5,5points

Les parties A et B sont dépendantes !

Partie A/2,25Pts

On considère la fonction numérique g définie par : $g(x)=-2\ln(x+1)+\dfrac{x}{x+1}$ et on note (C_g) sa courbe représentative dans un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ orthonormé. Désignons par g' est la fonction dérivée de g.

1) Quel est le domaine D_g de la fonction g ? (0,25pt)
2) Montrer que $\forall x \in D_g$; $g'(x)=\dfrac{-2x-1}{(x+1)^2}$; (0.5pt)
3) Dresser le tableau de variation de la fonction g ; (0.75pt)
4) Calculer $g(0)$ et montrer que l'équation $g(x)=0$ admet exactement deux solutions dont l'une α telle que : $\alpha \in]-0,72 ; -0,71[$; puis en déduire que : $\forall x \in]\alpha ; 0[$; $g(x)>0$ (0.75pt)

Partie B/3.25Pts

Soit f la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{x^2}{\ln(x+1)}$ avec (C_f) sa courbe représentative dans le repère ci-haut mentionné.

1) Evaluer les limites de f aux bornes de son domaine D_f ; (0.5pt)
2) Etudier les branches infinies de (C_f) ; (0.5pt)
3) Montrer que $\forall x \in]-1 ; +\infty[$; $f'(x)=\dfrac{-xg(x)}{\ln^2(x+1)}$; (0.5pt)
4) Dresser le tableau de variations de f en prenant $\alpha=-0,715$; (0.5pt)
5) Construire (C_f) ; (0.75pt)
6) On définit sur $]-1 ; +\infty[$ les fonctions $H : x \mapsto -\dfrac{\ln(x+1)}{x}$ et $h : x \mapsto \dfrac{\ln(x+1)}{x^2}-\dfrac{1}{x(x+1)}$;
   Justifier que H est une primitive de h ; puis en déduire une relation entre $h(x)$ et $1/f(x)$; (0.5pt)