WLYCEE CLASSIQUE DE YOKADOUMA		Evaluation N° 3
Année Académique :2020/2021		Epreuve : MATHEMATIQUES
Département de Mathématiques		Niveau : T^{le} C
Examinateur : SUGNE TAGNE (PLEG)		Coef : 7 Durée : 04 h

Partie A : Evaluations des ressources

Exercice 1 : (03 pts)

1) Justifier que :
   a- 1 n'est pas un nombre premier.
   b- Il existe une infinité de nombre premier. (Par l'absurde)
   c- 211 est un nombre premier
   d- $\forall a \epsilon \mathbb{N}, a^p \equiv a[p]$. *puis déduire que* $\forall a \epsilon \mathbb{N}, a^{p-1} \equiv 1[p]$.
2) Résoudre dans $\mathbb{Z}$ le système : $\begin{cases} x \equiv -1[34] \\ x \equiv 1[15] \end{cases}$

Pour toute fin utile, on pourra se rappellera que : -tout entier naturel n différent de 0 et de 1 admet au moins un diviseur premier. -$\forall a, b \epsilon \mathbb{N}, (a+b)^p \equiv a^p + b^p[p]$ et résoudre si nécessaire l'équation $34y - 15z = 2$.

Exercice 2 : (03 pts)

1) Soit (Γ') *l'ensemble* des barycentres de trois points non alignés A,B,C et $(\wp_{ABC})$ le plan ABC. Montrer $(\Gamma') = (\wp_{ABC})$.
2) ABC est un triangle équilatéral de côté 3cm. H est le projeté orthogonal de C sur la droite (AB). Sachant que le barycentre de G de ABC est tel que G=Bar$\{(H,2),(C,3)\}$, *Déterminer l'ensemble* (Γ) des points M du plan tel que : $AM^2 + BM^2 + 3CM^2 = 3$
3) Soit A,B,C et D quatre points coplanaires de l'espace tels que les droites (AB) et (CD) soient sécantes en un point O
   a- Montrer que $\overrightarrow{MA} \wedge \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} \wedge \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MO} \wedge (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC})$
   b- *Déterminer l'ensemble* (Γ) des points M de l'espace tel que : $\overrightarrow{MA} \wedge \overrightarrow{MB} = \overrightarrow{MC} \wedge \overrightarrow{MD}$

Exercice 3 :

Session A (02 pts)

Soit E et F deux espaces vectoriels réels de G et f :E→ F une application linéaire monter que :

1) E$\cap F$ est un espace vectoriel.
2) f *est injective ssi* $Kerf = \{\vec{o}\}$
3) On donne le plan vectoriel F : $x + y - 2z = 0$ et l droite vectoriel G =$< e = \vec{\imath} - \vec{\jmath} + \vec{k} >$ de l'espace vectoriel $\mathbb{R}^3$. Montrer que $F \oplus G = \mathbb{R}^3$.

Session B (03 pts)

On considère les points M , M',A et B d'affixe $z = x + iy$, $z' = x' + iy'$, $z_A = x_A + iy_A$ et $z_B = x_B + iy_B$ dans le plan complexe (O,$\vec{u}$,$\vec{v}$).

1) Montrer que Mes$(\widehat{\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MB}}) = \frac{z_B - z'}{z_A - z}$;Puis déduire la caractérisation complexe de l'alignement de trois points.
2) Montrer que O,M et , M' sont alignés ssi $\mathrm{Im}(z'\bar{z})$=0.
3) Si $z_N = z^2 - 1$ et $z_P = \frac{1}{z^2} - 1$, déterminer le lieu géométrique des points M tel que O,N et P alignés
4) Au complexe z, *on associe le complexe* $Z = \frac{z-4-2i}{z+2+i}$. Déterminer géométriquement puis analytiquement le lieu géométrique des points M tel que $|Z| = \frac{1}{2}$.

Session C (06 pts)

A) Calculer $\lim \sqrt{x^2 + 2x} - x$ en $+\infty$

B) Soit la fonction f et φ définie par $\begin{cases} f(0) = 0 \\ f(x) = \frac{x \ln x}{x+1}, si\ x > 0 \end{cases}$, $\varphi(x) = \ln x + x + 1$

1) Etudier la continuité et la dérivabilité de f en 0.
2) Démontrer que $\exists! \beta \in [0.27, 0.28] / , \varphi(\beta) = 0$.
3) Exprimer la dérivée $f'(x)$ *en fonction* $\varphi(x)$ et établir le tableau de variation de f.
4) Tracer la courbe (C_f) *de* f. On vérifiera que $f(\beta) = -\beta$.

5) Démontrer que $\exists! \, \alpha \in [3,4] / , f(\alpha) = 1$

6) Démontrer que $f(x) = 1 \Leftrightarrow e^{1+\frac{1}{x}} = x$

7) En posant $g(x) = e^{1+\frac{1}{x}}$,Etudier les variations de g et démontrer que $\forall x \in [3,4] \, , g(x) \in \; [3,4] \; et \; |g'(x)| \leq \frac{1}{2}$

8) On donne la suite (U_n) définie par $\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = g(U_n) \end{cases}$, Démontrer que $\forall n \in \mathbb{N} \; |U_{n+1} - \alpha| \leq \frac{1}{2}|U_n - \alpha|$ et $|U_n - \alpha| \leq \frac{1}{2^n}$

<u>Partie A :</u> Evaluations des Compétences 4.5pts

Un solide S de masse m=0.1kg, fixé à un ressort de raideur k=10N/m sur une tige horizontale. On désigne par $x(t)$ la position de G à l'instant t dans le repère (O,I) où O est la position de G à l'équilibre.

1) Ressortir l'équation différentielle du mouvement et démontrer que l'équation horaire est sous la forme $x(t) = X_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$.

2) S est soumis à une force de frottement proportionnelle à la vitesse ($f = \gamma x'(t)$ et $\gamma^2 < 4mk$. Ressortir l'équation différentielle du mouvement et démontrer que l'équation horaire est sous la forme $x(t) = \lambda e^{\alpha t} \cos(\omega t + \varphi)$.Trouver $\lambda, \alpha, \omega, \varphi \; et \; la \; pseudo \; péroide \; T$;Prendre $\gamma = 0.2N/ms_{-1}$. Tracer la courbe de (C_x) de x en fonction du temps.