MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES. ANNÉE SCOLAIRE:2020-2021

DÉLÉGATION RÉGIONALE DU CENTRE. CLASSE:PREMIÈRE D ET TI

LYCÉE DE NSAM ÉFOULAN. PÉRIODE:TRIMESTRE 2

DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES. COEFFICIENT : 4

ÉTUDE DES FONCTIONS

Partie A: Evaluation des ressources

Exercice 1 :

A l'aide de la définition du nombre dérivé, calculer dans chaque cas f'(a).

1) $f(x) = -2x + 5$; $a = 2$. 2) $f(x) = 2x-x^9$; $a = -1$.

3) $f(x) = x^2 - 5x + 3$; $a = 2$. 4) $f(x) = (2x + p)^{1/3}$(p réel). ; $a = 2$.

5) $f(x) = (2x-1)(-x^3-4x+5)$; $a=1$ 6) $f(x)=x-2/-2x+1$; $a= 2$

Exercice 2 :

En utilisant les résultats de l'exercice 1, déterminer dans chaque cas, une équation de la tangente à la courbe représentant la fonction f au point d'abscisse a.

Exercice 3:

Calculer les dérivées des fonctions suivantes en précisant à chaque fois l'ensemble de définition de la fonction et de sa dérivée.

1) $f(x) = x - 1$; $f(x) = - x$; $f(x) = (x+3)/(x-2)$; $f(x) = |x-2|-1$;

2) $f(x) = cox+1/x$; $f(x) = (2+x)^{1/2}$; $f(x) = (x^2 -3x +6)/(1-x)$;

3) $f(x) = (-2x^4 + x^3 -7)/(-3x+1)$; $f(x) =[(2x+1)/(-x+3)]^{1/2}$; $f(x) = - x^2 + \sin 2x$;

4) $f(x) = 2\tan x + 3/x$; $f(x) = x (x^2 - 3)$

Exercice 4:

Faire une étude complète des fonctions suivantes :

1) $f(x) = x^2 -12x +27 / x^2 -4x+5$ 2) $g(x)= x^2 -2x +5 / x-1$

   a) Domaines de définition, de continuité ;

   b) Parité et éléments de symétrie du graphe ;

   c) Limites aux bornes du domaine, comportement asymptotique, position du graphe par rapport à l'asymptote oblique ou horizontale, le cas échéant ;

   d) Dérivée et tableau de variations ;

   e) Les points d'inflexion , équations des tangentes aux points d'inflexion

   f) Tableau des images et représentation graphique.

Exercice5:

1. On considère le polynôme $P(x)=x^3 -3x^2 +2$.

a. Vérifier que $P(x)=(x-1)(x^2 -2x-2)$

b. Etudier le signe de P(x).

2. On considère la fonction f définie par :

$f(x)= x^3 -3x^2 +2 \ / \ x-2$

C sa courbe représentative dans un repère orthogonal (en abscisse 1 cm pour 1 unité, en ordonnée 1 cm pour 2 unités).

a. Déterminer le domaine de définition Df , ainsi que les limites aux bornes de Df.

b. Préciser les asymptotes verticales et horizontales éventuelles.

c). Montrer que f est dérivable sur Df et que

$f'(x)=2P(x) / \ (x-2)^2$

d). Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation.

e). Tracer C dans le repère précisé ci-dessus.

3. a. Pour quelle abscisse x la tangente au point d'abscisse x est-elle horizontale ? Justifier.

b. Déterminer l'équation de la tangente T à C en x = 3 et la tracer dans le même repère que C.

4. Trouver a, b, c et d tels que :

$f(x)= (x^2 +bx +c) + d/(x-2)$

5. On admet que a=1 ; b=2 ; c= 1 et d=4 .

On appelle g la fonction définie par :

$g(x)=x^2+2x+1$ et C' sa courbe représentative.

a. Déterminer les limites en infinis de $f(x) - g(x)$. Que peut-on en déduire sur les courbes C et C'?

b. Etudier la position relative de C et C'.

c. Tracer C' dans le même repère que C et T en utilisant les résultats des questions a. et b.

Exercice6:

On définit la fonction f par : $f(x)=1/1+x^2$

1. Quel est l'ensemble de définition Df de f ? Calculer les limites aux bornes de Df et la dérivée f' de f.
2. En déduire que La courbe (C) de f admet une asymptote (D) à préciser.

2\. Trouver une équation de la tangente (T) à la courbe (C) de f au point d'abcisse 1.

3\. Etudier la position de (C) par rapport à (T) .

4\. Que peut-on dire de la tangente (T') à (C) au point d'abcisse -1 ?

5\. Étudier les variations de f et dresser son tableau de variations

6.Tracer (C) , (T) ,(T') et (D) , puis tracer dans un même repère la courbe (C') de la fonction g définie par $g(x)=f(-x)$

Exercice 7:

Le plan est rapporté à un repère orthonormé.

Soit f la fonction de variable réelle définie par :

$f(x) = x^2-x-2 / x^2-x+1$

Soit Cf sa représentation graphique dans un repère orthonormé.

1\. Quel est l'ensemble de définition Df de f ?

2\. Quel est l'ensemble de dérivabilité de f ?

3\. Calculer la dérivée f' de la fonction f.

4\. Déterminer son signe, puis en déduire le sens des variations de f.

5\. Déterminer les limites de f aux bornes de Df.

6\. Déterminer les éventuelles asymptotes et leur position relative par rapport à Cf.

7\. Déterminer l'équation de la tangente T à Cf en son point d'abscisse 2.

8. Étudier la position relative de Cf et de T.

9. Construire, dans un même repère, courbe Cf , la tangente T et les asymptotes éventuelles.

10. Pourrait-il y avoir un axe de symétrie ? Lequel ? Qu'en est-il vraiment ?

Exercice 8:

Le plan est rapporté à un repère orthonormé.

Soit f la fonction définie sur IR \ {1} par:

$f(x) = x^3-4x^2+8x-4 \ / \ (x-1)^2$

1. Déterminer trois réels a, b et c tels que pour tout **$x \in$ IR- {1}** :

$f(x) = x+a \ +b/(x-1) \quad + c/(x-1)^2$

2. Préciser la position de C par rapport à la droite(D)d'équation :$y = x - 2$.

3. Déterminer l'ensemble de dérivabilité de f. Calculer la dérivée f' de f et étudier son signe.

4. En déduire les variations de f.

5. Déterminer les limites de f aux bornes de Df.

6. Déterminer les éventuelles asymptotes et leur position relative par rapport à Cf.

7. Déterminer l'équation de la tangente (T) à C en son point d'abscisse 2.

8. Construire, dans un même repère , la courbe C, la droite (D)ainsi que la droite d'équation $x = 1$ et la Tangente (T) .

Exercice9:

Soit f la fonction définie par : **$f(x)=x^3 -3x-1$.**

1. Déterminer Df et étudier les variations de f sur Df (sens de variation et limites).

2. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe Cf de f au point d'abscisse 0 et préciser sa position relative à Cf.

3. Soit la parabole P d'équation :$P(x)= x^2 -2x +1$

a. Factoriser P .

b. Vérifier que le point A(2; 1) est un point qui appartient aux deux courbes Cf et P .

c. Etudier la position de Cf par rapport à P .

4. Tracer les courbes Cf et P dans un même repère

Exercice10:

Soient les fonctions f et g définies sur IR par :

$f(x)=x^2-2x-3$; $g(x)=-0,5x^2-2x+3$

1. Montrer que la courbe Cf représentative de f est l'image de la parabole P d'équation

$y=x^2$ Par une translation dont on indiquera le vecteur.

2. Montrer que la courbe Cg représentative de g est l'image de la parabole P' d'équation

$y=-0,5x^2$ par une translation dont on indiquera le vecteur.

3. Tracer les courbes Cf et Cg dans un même repère (unité graphique : 2 cm).

4. Déterminer algébriquement les coordonnées des points d'intersection de Cf

et Cg , puis vérifier les résultats graphiquement.

5. Déterminer algébriquement le signe de la différence f(x) -g(x) . Donner une interprétation graphique de ce signe.

Exercice11:

On donne la fonction f d´efinie sur R par : $f(x) = -x^4 + 2x^2 + 1$

On appelle Γ la courbe representative de f dans un repere orthonormé (O; I; j).

1. Etudier la parité de f.

2. Déterminer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.

3. Calculer la fonction dérivée de f et étudier son signe.

4. Dresser le tableau de variations de f.

5. Tracer la courbe representative de f.

Exercice 12:

Soit la fonction d´efinie sur $R - \{1\}$, par $f(x) = x^2 + x - 1 \ / \ x - 1$

On note (Cf) sa courbe representative dans un repère orthonormé.

1. Montrer que (Cf) admet un centre de symétrie en un point d'abscisse 1.

2. Déterminer les limites de f aux bornes de son domaine de définition. Que peut-on

en déduire pour (Cf) ?

3. Déterminer trois réels a, b et c tels que : $f(x) = ax + b + \ c/x-1$

4. En déduire l'existence d'une asymptote oblique pour (Cf) en $+\infty$.

5. Calculer la fonction dérivée de f et étudier son signe.

6. Dresser le tableau de variation de f.

7. Tracer (Cf) et Ch telle que $h(x)=f(x-1)-1$

Exercice 13:

On donne la fonction f d´efinie par :

$f(x) = 3 \ / \ x^2 + 2x - 3$

et on note (Cf) sa courbe

representative dans un repère orthonormé.

1. Déterminer le domaine de définition Df de la fonction f.

2. Montrer que la droite d'équation $x = -1$ est axe de symétrie de (Cf).

Dans la suite de l'exercice, la fonction f sera étudiée sur $[-1; 1[\cup]1; +\infty[$.

3. Déterminer les limites en 1 et la limite en $+\infty$. Que peut-on en déduire pour (Cf) ?

4. Calculer la fonction dérivée de f et étudier son signe.

5. Dresser le tableau de variations de f.

6. Tracer (Cf) et Cg où $g(x)= |f(-x)|$

Exercice 14:

On donne la fonction f d´efinie par

$f(x) = x^2 / \ x^2 -2x + 2$

, et on note (Cf) sa courbe

representative dans un repère orthonormé.

1. Déterminer le domaine de définition Df de f.

2. Déterminer les limites de f aux bornes du domaine, en déduire l'existence d'une

asymptote horizontale (Δ) pour (Cf).

3. Etudier les positions relatives de (Cf)et de (Δ).

4. Calculer la fonction dérivée de f et étudier son signe.

5. Dresser le tableau de variations de f.

6. Tracer (Cf).

Exercice 15:

On donne la fonction f d´efinie par $f(x) = 2x^3 + 27 / 2x^2$

et on note (Cf) sa courbe representative dans un repère orthonormé.

1. Déterminer l'ensemble de définition Df de f.

2. Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

3. Montrer que la droite d'équation y = x est asymptote oblique à la courbe en $+\infty$

et en $-\infty$.

4. (a) Justifier l'équivalence : $x > 3 \Leftrightarrow x^3 > 27$

(b) Calculer la fonction dérivée f' de f.

(c) Etudier le signe de f' .

5. Dresser le tableau de variations de f.

6. Tracer la courbe reprentative de f, puis en déduire dans un même repère le tracé de la courbe Cg de g définie par $g(x) = -f(x)$

Exercice 16:

On donne la fonction f d´efinie sur R par $f(x) = \cos 2x - 2 \cos x$ et on note (Cf) sa

courbe representative dans un repère orthonormé

1. (a) Montrer que f est 2π−périodique.

(b) Montrer que f est paire.

2. (a) Montrer que la fonction dérivée f s'ecrit :

$f'(x) = 2 \sin x(1 - 2 \cos x)$.

(b) Etudier le signe de f' sur $[0; \pi]$.

3. Dresser le tableau de variations de f sur $[0; \pi]$.

4. Tracer (Cf) sur un intervalle de longueur 4π.

Exercice 17:

On donne la fonction f d´efinie sur R par $f(x) = \sin x / 1 - \sin x$

et on note (Cf) sa courbe

representative dans un repère orthonormé.

1. Montrer que f est definie ssi x est différent de $\pi/2 + 2k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$.

2. Montrer que f est 2π−périodique.

Pour la suite de l'exercice, on étudiera la fonction sur l'intervalle $]-3\pi/2 ;\pi/2[$

3. D´eterminer les limites de f en :

(a) $-3\pi/2$ par valeurs superieures,

(b) $\pi/2$ par valeurs inferieures,

4. Calculer la fonction dérivée de f et étudier son signe.

5. Dresser le tableau de variations de f

6. Tracer (Cf) sur $]-3\pi/2; 5\pi/2[$

Exercice 18:

On donne la fonction f d´efinie sur R par:

$f(x)=x^2-|x|$ et on note (Cf) sa courbe representative

dans un repère orthonormé

1. Montrer que f est paire.

2. Donner l'expression de f sans valeur absolue sur IR_+, puis sur IR_-.

3. Etudier la derivabilité de f en 0.

4. Etudier la fonction f sur IR_+

5. Tracer (Cf) sur IR.

Exercice 19:

On donne la fonction f définie sur R par $x - [|x - 1|]^{1/2}$ et on note (Cf) sa courbe

repr´esentative dans un repère orthonormé.

1. Donner l'expression de f sans valeur absolue sur $[1; \infty[$ et sur $]-\infty; 1]$.

2. Etudier la derivabilité de f en 1.

3. Etudier la fonction sur $]-\infty; 1]$.

4. Etudier la fonction sur $[1; +\infty[$.

5. Dresser le tableau de variations de f sur R.

6. Tracer la courbe (Cf)

<u>Exercice20:</u>

<u>Définition</u> : soit x un nombre réel, on appelle partie entière de x et on note E(x), le plus grand entier inférieur ou égal à x .

Exemples : $E(5,4) = 5$; $E(\sqrt{2}) = 1$; $E(4) = 4$; $E(-2,5) = -3$.

Tracer la courbe representative de la fonction partie entière : $x \to E(x)$ sur l'intervalle $[-3, 3[$.

<u>Exercice 21:</u>

On d´efinit sur R la fonction f par : $f(x) = x - E(x)$.

1. Montrer que E est périodique de période 1.

2. Donner l'expression de f sur $[0, 1[$ puis sur $[1, 2[$.

3. Tracer la courbe representative de f sur $[-3, 3[$.

<u>Exercice22:</u>

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = x^2 + 3 / x - 1$$

1. De terminer Df , étudier le sens de variationet calculer les limitesaux bornes de Df.

2. Dresser le tableau de variations de f .

3. Déterminer les réels a, b et c tels que, pour tout x dans Df

$f(x) = ax + b + c/x-1$

4. Démontrer que la courbe Cf de f admet une asymptote oblique D aux infinis à la courbe Cf admet-elle une autre asymptote ?

5. Montrer que le point A(1;2) est un centre de symétrie de la courbe Cf.

<u>Exercice23:</u>

On considère la fonction g f définie par :

$g(x)= x^4 - 6x^2+1 / x^3 -x$

et sa courbe C dans un repère orthonormé.

a. Trouver a, b et c tels que :

$g(x)= x + a/ x + b/x-1 + c/x+1$

b.Ensemble de définition, parité, variations de f.

c. Limites de f, asymptotes à (C).

d. Position de (C) par rapport à D (y = x). Tracer D et C.

e. Résoudre f(x) = 0

<u>**Exercice24:**</u>

Partie A

Soit h la fonction numérique de la variable réelle x telle que :

$h(x)=3x^2 +ax+b / x^2+1$.

Déterminer les réels a et b pour que la courbe représentative de hsoit tangente au point I de coordonnées (0 ; 3) à la droite (T) d'équation **y = 4x + 3.**

Partie B

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x telle que :

$f(x)=3x^2+4x +3 / x^2+1$

et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm.

1. Montrer que pour tout x réel, on a :

$f(x)= a+ \quad b/x^2 +1$ où a et b étant deux réels que l'on déterminera.

2. Etudier les variations de f. Préciser ses limites en l'infini et en donner une interprétation graphique. Dresser le tableau de variations de f.

3. Déterminer l'équation de la droite (T) tangente à la courbe (C) au point I d'abscisse 0. Etudier la position de (C) par rapport à (T). Démontrer que I est centre de symétrie de (C).

5. Construire la courbe (C) et la tangente (T) dans le repère propos , puis construit C' la courbe de la fonction g définie par g(x)= |f(x)| .

Exercice25:

Soit f la fonction définie sur IR\{1} par :

$f(x)=-2x^2+3x\ /\ x-1$

1. Etudier les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
2. En déduire que la courbe C représentative de la fonction f admet une asymptote verticale dont on donnera une équation.
3. Vérifier que, pour x différent de 1, $f(x) = -3x + \quad x^2 / x-1$
4. Peut-on en déduire que la droite d'équation y = -3x est asymptote oblique à la courbe C ? Justifier.
5. Trouver les réels a, b et c tels que, pour x différent de 1,

   $f(x) = ax + b + \quad c/x-1.$
6. En déduire que C admet, au voisinage de moins l'infini et de plus l'infini une asymptote D dont on donnera une équation.
7. Etudier suivant les valeurs de x la position de C par rapport à D.
8. Etudier les variations de la fonction f et dresser son tableau de variation .
9. Construire la courbe C , ses asymptotes et tracer la courbe Cg de la fonction g définie par

   $g(x) =|f(-x)|$

Exercice26:

1. Etudier les variations de la fonction f définie par :

   $f(x)= x^3 /(x-1)^2$

2. Montrer que

   $F(x)= x+2 + \quad 3x-2/(x-1)^2$

3. a.Etudier la position de la courbe (C) de f par rapport à la droite (D)

d'équation $y =x+2$

3. b .En quel(s) point(s) la tangente à (C) est elle parallèle à (D) ?

4. Tracer cette (ces ?) tangente(s), (D) puis (C).

5. Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation f x x p où p .

6. Résoudre la question précédente par le calcul.

7. Lorsqu'il y a deux solutions, il y a deux points d'intersection entre la droite $y = x+p$,p est un réel et (C). Déterminer l'abscisse du point P, milieu de ces deux points d'intersection.

Exercice27:

On considère la fonction f définie sur IR\{-1} par

$f(x)= x/ (x+1)^2$

1. Calculer f'(x), déterminer son signe et et étudier les variations de f sur IR-{-1}.

2. Déterminer l'équation de la tangente D à la courbe au point d'abscisse 0.

3. a. Résoudre l'équation $(x+1)^2 =1$

b. Résoudre l'inéquation $x/(x+1)^2 > x$.

. Quelle est la position de la courbe Cf de f par rapport à la droite D ?

c. Justifier que la tangente D ne recoupe pas la courbe Cf

dans]-1 ; ->[.

4. Résoudre les équations : $f(x) = 0,5$; $f(x) = 0,2$

Exercice 28:

Soit la fonction f définie par :

$f(x)= x(x^2 +1) / x^2-1$

et C sa représentation graphique dans un repère orthonormé du plan.

1) Quels sont les domaines de définition, de continuité et de dérivabilité de f ? Justifier les réponses !
2) Etudier la parité de f et en déduire un élément de symétrie de C .
3) Etudier les limites de f aux bornes du domaine et en déduire les asymptotes éventuelles à C .
4) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations.
5) Déterminer une équation cartésienne de la tangente t à au point d'abscisse 0. Etudier la position de C par rapport à t.
6) Tracer C et t dans un repère orthonormé du plan.

Exercice29:

Soit les fonctions f et g définies par :

$g(x)=(x^2+2x)^{1/2}$ et. $f(x)=x+1\ /\ [(x^2+2x)]^{1/2}$

1re partie : Etude de g.

1) Quels sont les domaines de définition, de continuité et de dérivabilité de g ? Justifier les réponses !
2) Etudier les limites de g aux bornes du domaine et en déduire les asymptotes éventuelles à Cg le cas échéant.
3) Montrer que g est strictement croissante sur IR + et strictement décroissante su]<-;-2[.
4) En déduire que g admet deux racines , dont on déterminera les valeurs exactes .

2e partie : Etude de f.

1) Quels sont les domaines de définition, de continuité et de dérivabilité de f ? Justifier les réponses !
2) Quelles sont les limites de f aux bornes du domaine. Etudier l'existence d'asymptotes pour le fonction h , restriction de f sur IR+ .
3) Etudier les variations de f en utilisant les résultats de la 1re partie.
4) Représenter graphiquement f dans un repère orthonormé.

Exercice 30:

On considère la fonction f définie par :

$f(x)=x^2+ax$ si $x< 0$; $f(x)= 0$ si $x=0$ et $f(x)= (x+1)^{1/2}+b$ si $x> 0$

où a et b sont des paramètres réels.

1) Montrer que f est continue et dérivable sur IR* .
2) Comment faut-il choisir a et b pour que f soit continue et dérivable sur IR ?
3) En prenant les paramètres a et b déterminés en 1), f est-elle deux fois dérivable en 0 ?

Exercice31:

Soit la fonction f définie par :

$f(x) = x^2-3\ /\ |x|-2$

et C sa représentation graphique dans un repère orthonormé du plan.

1) Quels sont les domaines de définition, de continuité et de dérivabilité de f ? Justifier les réponses !

2) Etudier la parité de f et en déduire un élément de symétrie de C .

3) Etudier les limites de f aux bornes du domaine et en déduire le comportement asymptotique de la fonction.

4) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variations sur IR + .

5) Montrer que la droite $x=0$ est un axe de symétrie de C , puis en déduire la représentation

Graphique de f sur IR dans un repère orthonormé

6) Tracer dans le même repère, la fonction g symétrique de la restriction de f sur]-2 ; 2[par la translation du vecteur (1;2).

<u>**Exercice32:**</u>

Soient les fonctions suivantes: $f(x) = -x -5 / x$ et $h(x) = x-2 / (|x| +1)$

et C , C' leur représentation graphique respectivement dans un repère orthonormé.

a) Etudier la fonction h : domaines de définition, de continuité et de dérivabilité, limites, asymptotes, sens de variation. Calculer la dérivée h' t en déduire le signe de h' sur IR+ et IR- .

b) Etudier ensuite la fonction f : domaine de définition, continuité, limites et asymptotes, dérivablité en un réel non nul, puis en 0.

En déduire le sens de variation de f et son tableau de variation. Représenter graphiquement f dans un repère orthonormé.

<u>**Exercice 33:**</u>

Soit la fonction $f(x)= x-1 / 1- x^2$

Faire l'étude de f :

1) Domaines de définition et de continuité.

2) Limites aux bornes du domaine et asymptotes.

3) Etude de la dérivabilité et continuité de f .

4) Déterminer les racines de f' , puis étudier le signe de f' .

5) En déduire le tableau de variation de f.

6) Montrer que la droite $x=1$ et D d'équation $y=0$ sont asymptotes à C .

7) Etudier la position relative de D par rapport à C .

8) Représenter graphiquement f et g dans un repère orthonormé.

Exercice 34:

Soit la fonction $f(x)= 2x^2 -1$ si $x < 0$ et $f(x)= x^2 -1 / x^2 +1$ si x est positif

Faire l'étude de f :

1) Domaines de définition et de continuité.
2) Etudier la parité de f.
3) Limites aux bornes du domaine et asymptotes.
4) Etudier la dérivabilité de f en 0 . f est -elle continue sur IR ?
5) Calculer f' et dresser le tableau de variation de f.
6) Déterminer l'équation de la tangente t à C en O.
7) Représenter graphiquement C et t .

Partie B:Evaluation des compétences

Compétence1

Avec une même ficelle de longueur 1 m, on

forme un triangle équilatéral de côté x et un

carré de côté a. On note Sla somme des aires du

triangle et du carré.

1. Montrez que $S(x) = [(3)^{1/2} /4]x^2 + [1/16][1-3x]^2$.
2. Pour quelle valeur de x, S est-elle minimale ?
3. Pour la valeur de x trouvée, quelle est la valeur de x/a? de S?

Compétence2

Partie I : Soit V la fonction définie sur IR par:

$V(x)=4x^3 -48x^2 +144x$

1. Etudier les variations de la fonction V sur IR.
2. Tracer la représentation graphique de la fonction V dans un plan muni d'un repère orthogonal.

On utilisera les unités graphiques suivantes : sur l'axe des abscisses 2 cm pour 1 unité et sur l'axe des

ordonnées 1 cm pour 10 unités.

Partie II : Dans un carré de côté 12, on découpe dans les quatre angles des carrés de côté x pour construire

le patron d'un pavé droit sans couvercle

1. Justifier que l'ensemble des valeurs que peut prendre x est l'intervalle [0 ; 6].

2. Montrer que le volume du pavé est donné par la formule V(x).

3. En déduire qu'il existe une valeur de x qui rend le volume maximal. Que vaut alors ce volume ?

Compétence3

Une entreprise fabrique et vend chaque jour un nombre x d'objets. Chaque objet est vendu 100f

Le coût de production unitaire U(x) exprime le coût de production par objet produit. On a déterminé qu'il est égal à : **$x-10+\ 900/x$** , pour x appartenant à l'intervalle I=[10 ;100].

1. a. Etudier la fonction U sur I. Tracer sa courbe C (unités : 1cm pour 5 objets / 1cm pour 10 f).

b. Déterminer pour quelle production le cout unitaire est le plus bas. Déterminer alors le bénéfice de

l'entreprise.

c. Déterminer graphiquement le nombre d'objets que l'on doit fabriquer et vendre pour avoir un coût de production unitaire inférieur ou égal à 80f

2. Montrer que le bénéfice global de l'entreprise est **$B(x)= -x^2 +110x-900$**

Déterminer son sens de variation sur I et déterminer la production pour avoir un bénéfice maximal. Quel est ce bénéfice?

Compétence4

Soit la fonction f définie sur R* par :

$f(x)=x^2 + \ 2/x$

a. Déterminer les limites de f .

b. Calculer f '(x) , déterminer son signe, faire le tableau de variations de f, déterminer le minimum de f pour x> 0.

c. On appelle C la courbe représentative de f, et P la parabole $y = x^2$

Soit M le point de P d'abcisse x et N le point de C de même abcisse. Calculer **MN** = $Y_N - Y_M$

M , préciser son signe ainsi que sa limite en + infinit en − infini. Quelles conclusions pouvez vous en tirer ?

d. Tracer dans le même repère les tangentes à C en 1 et 2 ainsi que P puis C (unite = 2 cm)

e. Un industriel doit fabriquer une boite fermée de volume 1 litre ayant la forme d'un parallélépipède rectangle de hauteur h et dont la base est un carré de côté x. L'unité de longueur est le dm.

Montrer que la surface de la boîte est S(x) = 2f(x) et déterminer les dimensions de la boîte pour lesquelles cette surface est minimale.

Compétence5

ABCD est un rectangle tel que AB=1 et AD=2 . M est un point variable sur [DC]: on pose DM= x .

Les droites (AM) et (DB) se coupent en I. On désigne par S (x) , la somme des aires des triangles ABI et DIM.

1. Calculer S(0) et S(1).

2. Démontrer que la hauteur IK du triangle ABI est égale à 2/x+1

3. En déduire que : **S(x)=x2 +1 / x+1**

4. Pour quelle valeur de x, S(x) est elle minimale? Que vaut cette aire minimale?

Compétence6:

Pour Noël, les jumeaux John et Chimene ont reçu des jouets : Chimene, un bonhomme au bout d'un parachute et John un arc avec des flèches. Chimene , impatiente se hâte de lancer son parachute du haut de leur immeuble. Au même moment, John qui s'est installé au pied de l'immeuble, lance une flèche verticalement. La hauteur du parachute à l'instant t (t en s) durant la descente est donnée par la fonction p définie par **P(t)= -5t+ 5,2**

La hauteur de la flèche à l'instant t est donnée par la fonction f définie par **$f(t)= -5t^2 +10t$**

1. a. Etudier les variations de f sur IR

b. Construire la courbe C représentative de la fonction f. Vous ferez le tracé sur l'intervalle [−1 ; 3] en prenant les unités suivantes : 4 cm sur l'axe des abscisses, 2 cm sur l'axe des ordonnées.

2. a. A quels instants la flèche est-elle à une hauteur de 3,75 m ?

b. A quel instant la flèche retombe-t-elle sur le sol ?

3. Le drame : on suppose dans cette question que la flèche rencontre le parachute.

a. Représenter dans le même repère la fonction p.

b. Déterminer à quel instant et à quelle hauteur la flèche transperce le parachute pour la première fois?

Compétence7

Un lapin désire traverser une route de 4 mètres de largeur. Un camion, occupant toute la route, arrive à sa rencontre à la vitesse de 60 km/h. Le lapin décide au dernier moment de traverser, alors que le camion n'est plus qu'à 7 mètres de lui.

Son démarrage est foudroyant et on suppose qu'il effectue la traversée en ligne droite et en diagonale au maximum de ses possibilités pour éviter l'impact avec le camion. C'est à dire à 30 km/h

L'avant du camion est représenté par le segment [CC']

Le lapin part du point A en direction de D en formant un angle x (en radians) avec la verticale à la route..

1. Esquissez un schéma traduisant la situation ; Puis Déterminer AD , la longueur de la trajectoire à parcourir par le lapin , CD la longueur de la trajectoire à parcourir par le camion quittant du point C pour arriver en D (point d'impact avec le lapin) en fonction de x.
2. En déduire les expressions des temps t1 et t2 mis par le lapin et le camion pour parcourir respectivement les distances AD et CD en fonction de x.
3. On pose

   $f(x)= 7/2 + 2\tan x - 4/\cos x$

Montrer que le lapin aura traversé la route avant le passage du camion si et seulement si $f(x) > 0$.

3. Etudier les variations de f sur $[0 ; \pi/2[$ et montrer qu'elle s'annule pour deux valeurs de x dont on donnera des valeurs approchées à 10^{-2} près.

4. Tracer la courbe représentative de f sur $]0 ; \pi/2[$ (unité : 5 cm pour chaque axe).

5. Conclure.