# EPREUVE DE MATHEMATIQUES. PC

*L'épreuve comporte deux parties indépendantes reparties sur deux pages. La qualité de la copie, la rigueur du raisonnement seront pris en compte dans l'évaluation de la copie du candidat.*

## Partie A : EVALUATION DES RESSOURCES : 15 points

### EXERCICE I : 5points

A/ Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$. On considère le point $E(2;0)$ et $F$ l'image de $E$ par la rotation de centre $O$ et d'angle $\frac{3\pi}{4}$. $I$ est le milieu de $[EF]$.

1. a) Faire une figure soignée et justifier que $F(-\sqrt{2};\sqrt{2})$ et que $I\left(\frac{2-\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. 1pt

b) Déterminer la mesure principale de l'angle $(\vec{\imath};\overrightarrow{OI})$. 0,5pt

b) Déduire les valeurs exactes de $cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ et $sin\left(\frac{3\pi}{8}\right)=\frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$. 1pt

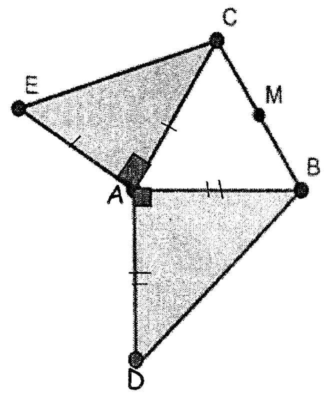
c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\sqrt{2-\sqrt{2}}cosx+\sqrt{2+\sqrt{2}}sinx=-1$. 1,5pt

B/ Une boîte contient trois jetons rouges, quatre jetons noirs et un jeton blanc. On tire simultanément trois jetons de cette boîte. Un jeton blanc tiré rapporte la somme de 200frs, un jeton rouge tiré raporte la somme de 100frs et un jeton noir tiré fait perdre la somme de 50frs. Le jeu est jugé favorable si au terme des trois tirages le joueur obtient un gain positif.

Quel est le nombre de possibilités où le jeu est favorable ? 1pt

### EXERCICE II : 4,5points

1. On note $G=bar\{(A;1);(B;1);(C;-1)\}$ et on considéere l'application $f$ du plan dans le plan qui à tout point $M$ associe le point $M'$ tel que $\overrightarrow{MM'}=-\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}$.
   a) Exprimer $\overrightarrow{GM'}$ en fonction de $\overrightarrow{GM}$. 0,75pt
   b) En déduire la nature de $f$. 0,5pt




2. $ACE$ et $ABD$ sont des triangles rectangles isocèles en $A$, $M$ est le milieu de $[BC]$ . $h$ est l'homothétie de centre $B$ et de rapport 2.

a) Construis l'image $A'$ de $A$ par $h$. 0,75pt

b) Montrer que $(A'C)$ et $(AM)$ sont parallèles. 1pt

3. $r$ est le quart de tour direct de centre $A$.

a) Déterminer l'image de la droite $(A'C)$ par $r$. 1pt

b) Justifier que les droites $(AM)$ et $(ED)$ sont perpendiculaires. 0,5pt

### EXERCICE III : 5,5 points

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}-\{1\}$ par $f(x)=\frac{x^2+3}{x-1}$ et on note $(C_f)$ sa courbe réprésentative dans le repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1. a) Calculer les limites de $f$ aux bornes de son ensemble de définition . 1pt

   b) Déterminer trois réels $a, b$ et $c$ tels que pour tout $x \neq 1$, $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$. 0,75pt

   c) Montrer que la droite $(D): y = x + 1$ est asymptote à $(C_f)$. 0,5pt

   d) Etudier la position relative de $(C_f)$ et $(D)$. 0,5pt

2. a) Montrer que pour tout $x \neq 1$ $f'(x) = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$ $f'$ étant la dérivée première de $f$, puis dresser le tableau de variation de $f$. 1,5pt

b) Tracer $(C_f)$ , et $(D)$. 1,25pt

***Partie B : EVALUATION DES COMPETENCES 5 points***

***Situation :***

Pour Noël, les jumeaux Sophie et Robin ont reçu des jouets : **Sophie**, un bonhomme au bout d'un parachute et **Robin** un arc avec des flèches. Sophie se hâte de lancer son parachute du haut de leur immeuble. Au même moment, Robin, qui s'est installé au pied de l'immeuble, lance une flèche verticalement. La hauteur du parachute à l'instant $t$ exprimé en seconde durant la descente est donnée par la fonction $p$ définie par $p(t) = -5t + 5{,}2$. La hauteur de la flèche à l'instant $t$ est donnée par la fonction $f$ définie par $f(t) = -5t^2 + 10t$. La flèche de Robin va rencontrer le parachute de Sophie. Avec leur ami **Yves** les trois amis vont participer à un jeu. Ils conviennent qu'a chaque partie, le perdant double l'avoir de chacun des deux autres. Ils font trois parties, chacun en perd une et réalise qu'à la fin chacun a un avoir de 2400frs.

**Tâches**

Tâche1 : Quelle sera la hauteur maximale que la flèche pourra t-elle atteindre ? 1,5pt

Tâche 2 ; A quel temps la flèche va-t-elle rencontrer le parchute ? 1,5pt

Tâche 3 : Quels étaient les avoirs initiaux de chacun des trois amis? 1,5pt

***Présentation : 0,5pt***