REPUBLIQUE DU CAMEROUN
MINESEC / DRLT / DDSM
LYCEE CLASSIQUE D'EDEA
Vendredi, 05 Mars 2021

Année scolaire : 2020-2021
Classe : T^{le} C
Durée : 4h Coefficient : 7
Prof : T.N. AWONO MESSI

EPREUVE DE MATHEMATIQUES DE FIN DU 2ème TRIMESTRE

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES : (15 points)

EXERCICE 1 : (3 points)

A) 1. Soit x et y deux entiers naturels.
Démontre que $(x+6y)^4 - x^4$ est divisible par 24. **0,5pt**

2. Résous dans $\mathbb{Z}$ l'équation $3x \equiv 2[7]$. **0,5pt**

3. Détermine la base b du système de numération dans lequel $\overline{12}^b \times \overline{22}^b = \overline{314}^b$. **0,5pt**

B) Le plan complexe $\mathscr{P}$ est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$. Soit $(\mathscr{D})$ la droite d'équation $x=3$. On note M et F les points du plan $\mathscr{P}$ d'affixes respectives z et $2-3i$.

1. Montre que la distance du point M à la droite $(\mathscr{D})$ est $\frac{1}{2}|z+\bar{z}-6|$ **0,5pt**

2. Démontre que l'ensemble des points M d'affixe z tels que : $\left|\frac{z-2+3i}{z+\bar{z}-6}\right| = \sqrt{3}$ est une conique et donne sa nature, un foyer, une directrice et son excentricité. **1pt**

EXERCICE 2 : (3,75 points)

On pose $I_0 = \int_1^e x\,dx$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $I_n = \int_1^e x(\ln x)^n\,dx$.

1. Calcule I_0 et I_1. **0,75pt**

2. Pour $n \in \mathbb{N}^*$, établis la relation $2I_n + nI_{n-1} = e^2$ et calcule I_2. **1,25pt**

3. **(a)** Montre que la suite de terme général I_n est décroissante. **0,5pt**

(b) Déduis-en en utilisant la relation de récurrence du 2. que : $\frac{e^2}{n+3} \le I_n \le \frac{e^2}{n+2}$. **0,75pt**

(c) Calcule $\lim\limits_{n\to+\infty} I_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} nI_n$. **0,5pt**

EXERCICE 3 : (3,25 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct $(O,\vec{u},\vec{v})$. Soient A et B les points d'affixes respectives $z_A = 1-i$ et $z_B = 7+\frac{7}{2}i$. On considère la droite $(\mathscr{D})$ d'équation $4x+3y=1$.

1. Montre que l'ensemble des points de $(\mathscr{D})$ à coordonnées entières est l'ensemble des points $M_k(3k+1;-4k-1)$ où $k \in \mathbb{Z}$. **1pt**

2. Soit S la similitude directe de centre A qui transforme B en $M_{-1}(-2;3)$.

(a) Détermine le rapport k et l'angle θ de S. **0,5pt**

(b) Donne l'écriture complexe de S. **0,5pt**

3. On pose $B_1 = S(B)$ et $\forall n \in \mathbb{N}^*, B_{n+1} = S(B_n)$.

(a) Exprime AB_{n+1} en fonction de AB_n, puis l'angle $(\overrightarrow{AB_1},\overrightarrow{AB_n})$ en fonction de n. **0,75pt**

(b) Détermine l'ensemble des entiers n pour lesquels A, B_1 et B_n sont alignés. **0,5pt**

EXERCICE 4 : (5 points)

On considère la fonction f définie sur $[0;+\infty[$ par : $\begin{cases} f(x) = \displaystyle\int_x^{2x} \frac{e^{-t}}{t}dt & \text{si } x > 0 \\ f(0) = \ln 2 \end{cases}$

$\mathscr{C}$ désigne sa courbe dans un repère orthonormé $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ du plan.

1. Etudie et dresse sur $[0;+\infty[$ le tableau de variation de $g : x \mapsto 1 - x - e^{-x}$. **0,5pt**
2. **(a)** Démontrer que pour tout $t \geq 0$, on a : $t - \frac{1}{2}t^2 \leq 1 - e^{-t} \leq t.$ **0,5pt**

   (b) Déduis de ce qui précède que pour tout $x > 0,\ 1 - \frac{3}{4}x \leq \frac{\ln 2 - f(x)}{x} \leq 1.$ **0,5pt**

   (c) Montre que f est dérivable à droite en 0. **0,25pt**
3. **(a)** Montre que pour tout $x > 0,\ 0 \leq f(x) \leq \frac{e^{-x} - e^{-2x}}{x}.$ **0,5pt**

   (b) Calcule $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. **0,25pt**
4. **(a)** Montre que f est dérivable sur $]0;+\infty[$ et calcule $f'(x)$. **0,5pt**

   (b) Dresse le tableau de variations de f, puis trace la courbe $\mathscr{C}$ de f. **0,75pt**
5. **(a)** Montre que f est une bijection de $]0;+\infty[$ sur un intervalle J à préciser. **0,25pt**

   (b) Etudie la dérivabilité de f^{-1}, calcule $f^{-1}(\ln 2)$, puis trace la courbe Γ de f^{-1}. **0,75pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (5 points)

<u>SITUATION</u> :

La commune d'une localité d'un pays est dotée d'un Lycée et d'un centre d'analyses médicales.

Le parc informatique du Lycée est composé de 250 ordinateurs dont : 40 sont considérés comme neufs, 100 sont considérés comme récents et les autres sont anciens. Une étude statistique a indiqué que 4% des ordinateurs neufs sont défaillants, 12% des ordinateurs récents sont défaillants et 25% des ordinateurs anciens sont défaillants.

Dans cette localité, 20% des individus ont une maladie chronique. Parmi les individus qui ont une maladie chronique, $2,5\%$ sont atteints du virus **COVID 19**. Parmi les individus qui n'ont pas de maladie chronique, 99% ne sont pas atteints du virus **COVID 19**.

Dans le centre d'analyses médicales de cette localité, le tiers de la population a été vacciné contre le **COVID 19**. Au cours de la deuxième vague de cette épidémie, le médecin chef **Dr ATEBA** constate que, sur 15 malades, il y a 2 personnes vaccinées et que sur 100 personnes vaccinées, 8 sont malades. Il choisit un individu au hasard dans cette population et il note M : « l'individu est malade » et V : « l'individu est vacciné ».

Tâches :

1. Calcule la probabilité qu'un ordinateur soit neuf sachant qu'il est défaillant. **1,5pt**
2. Calcule la probabilité qu'un individu atteint du **COVID 19** ait une maladie chronique. **1,5pt**
3. Ce vaccin du **COVID 19** est-il efficace ? **1,5pt**

Présentation : 0,5pt