EPREUVE DE MATHEMATIQUES.

Partie A : Evaluation des ressources : 15,5 points.

Exercice 1 :

I- Résoudre dans IR , IR^2 et IR^3 : a) $\sqrt{x-2} = 2x-3$; b) $\sqrt{x} < \sqrt{2x-3}$; c) $\begin{cases} \frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{41}{20} \\ x+y=9 \end{cases}$ et d)

$$\begin{cases} 4x-y-z=300 \\ x-y+z=-300 \\ x+y-5z=-300. \end{cases}$$

II-On considère l'équation (E_m) : $x^2+6x+5-2m=0$.

1- Résoudre dans IR l'équation (E_0).

2-Déterminer la valeur de m pour que 1 soit solution de (E_m) et déterminer l'autre solution.

3- Calculer le discriminant Δ_m et discuter suivant les valeurs de m le nombre de solutions de (E_m).

III- On donne le polynôme $P(x) = 2x^2-(\sqrt{2}-\sqrt{3})x-\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Calculer $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$ puis résoudre dans IR $P(x) = 0$ et $P(x) > 0$.

Exercice 2 :

I/ On donne $A(x) = \sqrt{3}\cos x - \sin x$.

Ecrire A(x) sous la forme $A(x) = \alpha.\cos(x + \theta)$ puis résoudre dans IR et dans $[0;2\pi]$ l'équation $A(x) = 1$.

II / Soit ABC un triangle quelconque de périmètre 24 cm . M et N sont deux points respectifs des segments [AB] et [AC] tels que les droites (MN) et (BC) sont parallèles. On donne AM = x ; NC = Y et BM = 5 .

1- Faire une figure et montrer que $x + Y = 8$.

2- En appliquant la propriété de Thales , montrer que $\frac{x}{x+5} = \frac{3}{y+3}$ et que $xy = 15$.

3- Résoudre le système $\begin{cases} x+y=8 \\ xy=15 \end{cases}$ puis donner la nature du triangle ABC.

III / On considère dans le plan trois points non alignes A , B et C tels que AB = 4a ; AC = 2a et BC = 3a avec a un réel positif. Soient les points I , J , K et G tels I soit milieu de [BC], $2\vec{JB} + 3\vec{BA} = 0$; $\vec{KA} = \frac{1}{2}\vec{AC}$ et $G = bar\{(A,3);(B,-1);(C,-1)\}$.

1-Montrer que $AI^2 = \frac{31}{4}a^2$.

2- Ecrire J comme barycentre des points A et B puis déterminer les coefficients des points A et B.

3) Démontrer que les droites (AI) , (JC) et (KB) sont concourantes.

4) Montrer que $\overrightarrow{AG} + 2\overrightarrow{AI} = 0$ et déduire que $AG^2 = 31a^2$.

Exercice 3 :

Soit E un espace vectoriel sur IR . On considère l'application f définie de E vers IR par
$f\left(\vec{u}\right) = (2x-y)\,\vec{i} + (-x+2y)\,\vec{j}$ avec $\vec{u} = x\,\vec{i} + y\vec{j}$.

1)Montrer que f est une application linéaire.

2) Donner l'expression analytique de f.

3)Donner la matrice A de f dans la base $\left(\vec{i}\,,\vec{j}\right)$.

4) Montrer que A est inversible et déterminer son inverse A^{-1} .

5) Calculer AoA^{-1} et conclure.

6) Déterminer le noyau et l'image de f.

Exercice 4 :

On considère la fonction $h(x) = \dfrac{2x^2-3x}{x^2-3x+3}$ et (C_h) sa courbe dans un repère orthonormé (O ,I , J).

1-a) Déterminer le domaine de définition de h.

b)Calculer les limites aux bornes du domaine et déduire les équations des asymptotes à la courbe de h.

2- Calculer la dérivée de h et dresser le tableau de variations de h.

3-Déterminer les équations des tangentes à (C_h) en 0 et en 2.

4-Construire (C_h) et les tangentes dans le repère (O , I , J).

Partie B : Evaluation des compétences : 04,5 points

Mairamou a un champ ayant la forme d'un triangle rectangle dont le plus long coté mesure 65 met a pour aire 750 m^2 , qui est subdiviser en trois zones. Dans la zone 1 elle élève des rhinocéros, dans la zone deux elle élève des taureaux et dans la zone trois les canards. Elle veut entourer son champ avec du fil barbelé dont le mètre coute 1250F. Pour l'entretien de son champ elle partage équitablement la somme de 30000F à ses employés de façon que s'il y'a quatre personnes de moins la part de chacun serait augmenter de 1250F. Dans ce champ on compte 300 pattes , 100 têtes et 65 cornes.

1- Déterminer la somme d'argent à dépenser pour clôturer son champ .
2- Déterminer le nombre d'animaux dans chaque zone.
3- Déterminer le nombre d'employer et le montant reçu par chacun d'eux.

Proposée par : M . Hamadjam Nana.