MINISTERE DES ENSEIGNEMENT SECONDAIRES
DELEGATION REGIONALE DU CENTRE
COLLEGE BENISUZA
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES

ANNEE SCOLAIRE 2020-2021
CLASSE : P $_C$; COEF : 6
DEVOIR N^{O}2 ; DUREE :3H
EXAMINATEUR : M$_R$ MBARGA

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

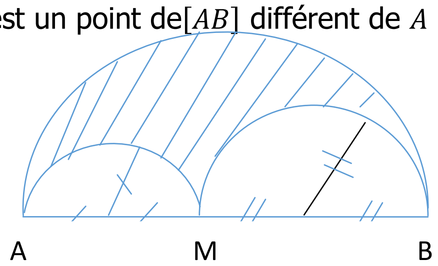
PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES. (15,5pts)

Exercice 1 : $(5\ points)$

On considère un demi-cercle de diamètre $[AB]$. M est un point de$[AB]$ différent de A et B.

On donne $AB = 5$ et on pose $AM = x$

1) On note $\mathcal{A}(x)$ l'aire du domaine hachuré.



a) Démontrer que $\mathcal{A}(x) = \frac{\pi}{2}(-x^2 + 5x)$ **(1,5pt)**

b) Prouver que $\mathcal{A}$ admet un maximum et préciser sa valeur. **(1pt)**

2) $(\mathcal{C})$ est la courbe représentative de la fonction $\mathcal{A}$ sur l'intervalle $I =]0,5[$, dans le plan muni d'un repère $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

a) Construire $(\mathcal{C})$. **(1pt)**

b) Soit $(\mathcal{D}_m)$ la droite d'équation $y = \frac{\pi}{2}(mx + 2)$, où $m \in \mathbb{R}$. Démontrer qu'un point $M\binom{x}{y}$ est un point d'intersection de $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{D}_m)$ si et seulement si x est solution de l'équation :

$-x^2 + (5 - m)x - 2 = 0$ **(0,5pt)**

c) Discuter suivant les valeurs de m, l'existence et le nombre de points d'intersection de $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{D}_m)$. **(1pt)**

Exercice 2 :$(5,5\ points)$

Soient $A, B\ et\ C$ trois points non alignés du plan.

Pour tout réel m , on note G_m le barycentre s'il existe du système de points pondérés $\{(A, m^2 + 1); (B, m + 3); (C, 3M - 1)\}$

1) Pour quelle(s) valeur(s) de m le barycentre G_m existe-t-il ? **(0,75pt)**
2) Indiquer la position du point G_2.On ne demande pas de figure. **(0,5pt)**
3) Faire une figure en plaçant le point G_1et en expliquant la méthode utilisée **(0,75pt)**
4) On suppose à présent que $m = 0$.On considère donc le point G_0 barycentre du système : $\{(A, 1); (B, 3); (C, -1)\}$

a) Déterminer la position du point G_0 que l'on placera sur une figure.

Les droites (G_0B) et (AC) sont-elles parallèles ? **(1pt)**

b) Déterminer et construire l'ensemble Σ des points M du plan tels que :

$\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{AC}\|$ **(1pt)**

c) Déterminer et construire l'ensemble $\mathcal{F}$ des points M du plan tels que :

$\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\|$ **(1pt)**

Exercice 3 : ($5\ points$)

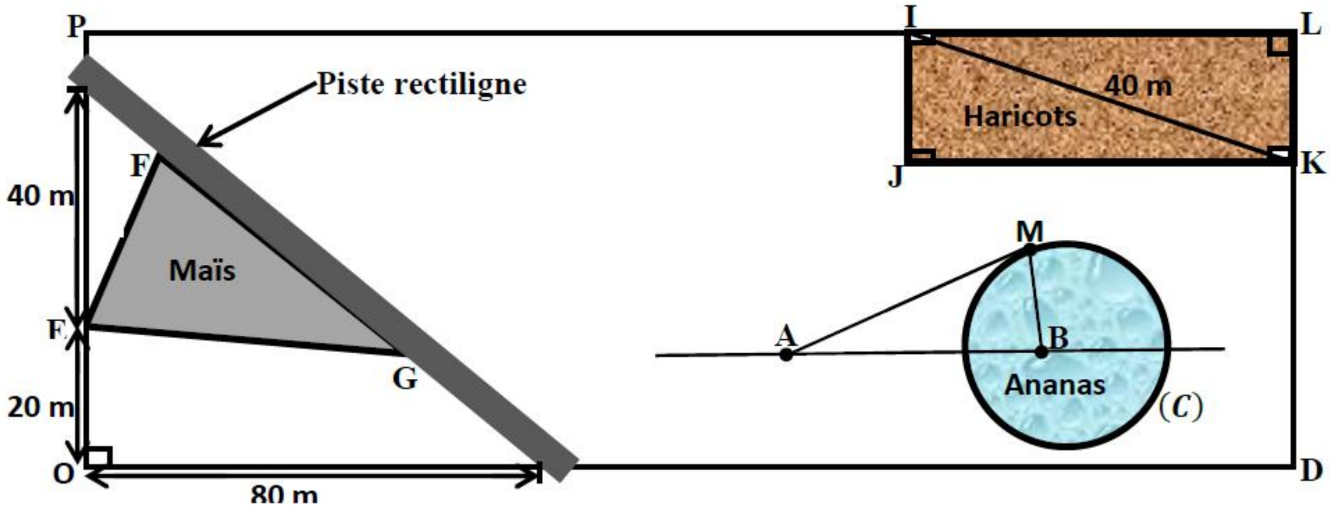
Soient $E = \{(x; y; z) \in \mathbb{R}^3 \,/\, x + y - 2z \ et\ 2x - y - z = 0\}$ et $F = \{(x; y; z) \epsilon\, \mathbb{R}^3 / x + y - z = 0\}$ deux sous-ensembles de $\mathbb{R}^3$. On admettra que F est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$. Soient

$$a = (1; 1; 1) \quad ; \quad b = (1; 0; 1) \quad et \quad c = (0; 1; 1)$$

1) Montrer que E est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^3$. **(0,75pt)**
2) Déterminer une famille génératrice de E et montrer que cette famille est une base. **(1pt)**
3) Montrer que $\{a; b\}$ est une base de F. **(0,5pt)**
4) Montrer que $\{a; b; c\}$ est une famille libre de $\mathbb{R}^3$. **(1pt)**
5) A-t-on $E \oplus F = \mathbb{R}^3$. **(0,5pt)**
6) Soit $u = (x; y; z)$, exprimer u dans la base $\{a; b; c\}$. **(1,25pt)**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES. (4,5pts)

M_R MOHAMED propriétaire d'un terrain représenté sur le plan d'architecture ci-dessous par le quadrilatère $PODL$ désire aménager trois parcelles pour les cultures.



Sur la première parcelle représentée par le triangle $\boldsymbol{EFG}$ dont le coté $[\boldsymbol{FG}]$ de longueur $55\ m$ est à la limite d'une piste rectiligne ;il veut cultiver du maïs à raison de 10 plants par m^2.

Sur la deuxième parcelle représentée par le rectangle $\boldsymbol{IJKL}$ de périmètre $112\ m$ dont la mesure d'une diagonale vaut $40\ m$; il veut cultiver du haricot à raison de 8 plants par m^2.

Sur la troisième parcelle représentée par le cercle $(\boldsymbol{C})$ où la droite $(\boldsymbol{AB})$ est axe de symétrie de $(\boldsymbol{C})$ tel que tout point $\boldsymbol{M}$ de $(\boldsymbol{C})$ vérifie $MA = 2MB$ avec $AB = 15\ m$; il veut cultiver des ananas à raison de 2 plants par m^2.

TACHES :

1) Aide M_R MOHAMED à trouver le nombre de plants de maïs qu'il pourra cultiver sur la parcelle triangulaire. **(1,5pt)**
2) Aide M_R MOHAMED à trouver le nombre de plants de haricots qu'il pourra cultiver sur la parcelle rectangulaire. **(1,5pt)**
3) Aide MR MOHAMED à trouver le nombre de plants d'ananas qu'il pourra cultiver sur la parcelle circulaire. **(1,5pt)**