

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES. (15,5pts)

Exercice 1 : (8 points)

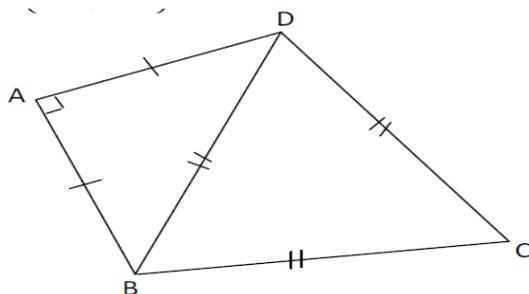
I/ L'objectif est de résoudre dans $[0; 2\pi]$, puis dans $]-\pi; \pi]$, l'équation (E) suivante :

$$\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3}{4}$$

- 1) Montrer que pour tous réels a et b , on a : $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$ (0,25pt)
- 2) Exprimer $\sin 2x$ en fonction de $\sin x$ et $\cos x$ (0,25pt)
- 3) En déduire que $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2x$ (1pt)
- 4) Résoudre dans $[0; 2\pi[$ et dans $]-\pi; \pi]$ l'équation (E) (1,5pt)
- 5) En déduire dans $[0; 2\pi[$ les solutions de l'inéquation : $\sin^4 x + \cos^4 x < \frac{3}{4}$ (0,75pt)
- 6) Simplifier : $\cos\left(x - \frac{5\pi}{2}\right) + \sin(3\pi + x) + \cos\left(\frac{7\pi}{2} + x\right)$ (bonus) (1 points)

II/

- 1) Démontrer que pour tout réel x on a :
 $\cos 2x = -1 + 2\cos^2 x = 1 - 2\sin^2 x$ (0,25pt)
- 2) Soit α un nombre réel tel que $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$. Déterminer $\cos 2\alpha$ et $\sin 2\alpha$ et en déduire la valeur exacte de α (1pt)
- 3) Sachant que $\frac{\pi}{6} = 2 \times \frac{\pi}{12}$, déterminer la valeur exacte de $\cos \frac{\pi}{12}$, $\sin \frac{\pi}{12}$ et $\tan \frac{\pi}{12}$. (1,5pt)
- 4) Observe attentivement la figure ci-dessous et détermine la mesure principale de chacun des angles orientés : $(\overrightarrow{BA}; \overrightarrow{CB})$; $(\overrightarrow{CB}; \overrightarrow{CD})$ et $(\overrightarrow{AD}; \overrightarrow{BC})$ (1,5pt)



Exercice 2 : (2 points)

- 1) a) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $\sqrt{x-1} \leq 3-x$. (0,5pt)
- b) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction : $f(x) = \sqrt{x+1} + \frac{x}{|x|-3}$ (0,5pt)
- 2) Soit g l'application définie de $\mathbb{R} - \{1\}$ vers $\mathbb{R} - \{2\}$ par : $g(x) = \frac{2x+1}{1-x}$
 - a) Démontrer que l'application g est bijective (0,75pt)
 - b) Donner explicitement la bijection réciproque g^{-1} de g . (0,25pt)

Exercice 3 : (3 points)

Soit $ABCD$ un rectangle de centre σ et I le milieu de $[AB]$.

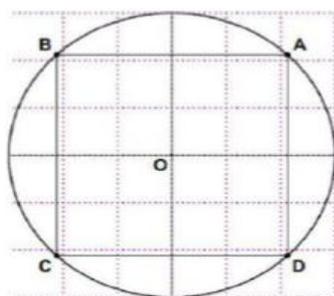
- 1) Construire les points suivants (le schéma est noté) :

- E : Le centre de gravité du triangle ABC (0,75pt)
- F : Le barycentre des points $(C; 1)$ et $(D; 3)$ (0,75pt)
- 2) Soit G le milieu du segment $[ED]$. Montrer que G est le barycentre du système ; pondéré : $\{(A; 1); (B; 1); (C; 1); (D; 3)\}$. (0,75pt)
- 3) Montrer que $G \in (IF)$ (0,75pt)
- 4) Soit K le point défini par : $4\overrightarrow{AK} = 3\overrightarrow{AD}$.
- a) Déterminer deux réels α et β pour que K soit le barycentre des points pondérés $(A; \alpha)$ et $(D; \beta)$. (0,5pt)
- b) Montrer que le milieu du segment $[BC]$ appartient à la droite (GK) (0,75pt)
- 5) Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que :
- $$\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\| = \|4\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MD}\|. \quad (1pt)$$

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES. (4,5points)

M_R SANGOU est un grand éleveur dans la région du NOUN. Il possède une grande réserve qu'il a séparée en trois parcelles.

- a) La parcelle une a la forme d'un triangle $ABCD$ inscrit dans un cercle trigonométrique et dont les sommets sont les points images des solutions dans $]-\pi; \pi]$ de l'équation $(E) : 4\cos^2 x - 3 = 0$. (On prendra 100m pour 1 unités.
- b) La parcelle deux a la forme d'un cercle ayant le même rayon que l'ensemble des points M du plan tels que : $\frac{1}{2}ML^2 - 2MH^2 = 0$ avec $LH = 15m$.
- c) La parcelle trois a la forme d'un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure 50m et dont l'aire est de $600m^2$. Il aimerait entourer chacune de ces parcelles du fil de fer électrique qui coûte : 15000Fcfa le mètre.



TACHES :

- 1) Combien dépensera M_R SANGOU pour l'achat de fils de fer électrique nécessaire pour entourer la parcelle une ? (1,5pt)
- 2) Combien dépensera M_R SANGOU pour l'achat de fils de fer électrique nécessaire pour entourer la parcelle deux ? (1,5pt)
- 3) Combien dépensera M_R SANGOU pour l'achat de fils de fer électrique nécessaire pour entourer la parcelle trois ? (1,5pt)