

EPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Instructions : Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision de raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. L'utilisation des calculatrices scientifiques et du matériel de géométrie (règle, équerre,...) est autorisée.



Partie A : Evaluations des ressources (15,5 points)

EXERCICE 1 : 3,5 points

Soit (u_n) et (v_n) les suites définies par : $\begin{cases} u_0 = 6 \\ u_{n+1} = \frac{1}{5}u_n + \frac{4}{5} \end{cases} ; \forall n \in \mathbb{N}$ et $v_n = u_n - 1, \forall n \in \mathbb{N}$.

- Représenter les quatre premiers termes de la suite (u_n) dans un repère orthonormé (O, I, J) d'unité 1cm. Conjecturer sur la variation de la suite (u_n) .
- Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
- Exprimer v_n puis u_n en fonction de n .
 - Calculer la limite de v_n et déduire celle de u_n .
 - La suite (v_n) est-elle convergente ou divergente ?
- Exprimer $t_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ et $s_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ en fonction de n .

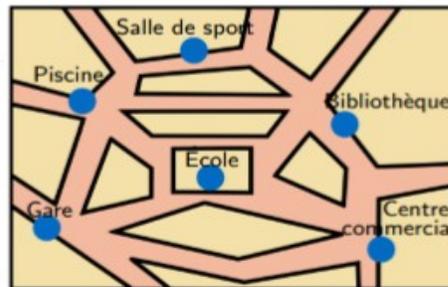
EXERCICE 2 : 4 points

L'entraîneur sélectionneur des lionceaux, pour son prochain match du CHAN contre le ZIMBABWE doit choisir 11 premiers entrants parmi les 23 joueurs qu'il dispose et titularisé 8.

- De combien de façons peut-il constituer une équipe ?
- De combien de façons peut-il choisir 8 titulaires parmi les 11 entrants ?
- Sachant qu'à l'avance 6 joueurs sont titulaires, de combien de façons peut-il choisir les 11 entrants ?

B. Le plan ci-contre représente le réseau des pistes cyclables desservant certains sites d'une agglomération.

- Construire le graphe associé à ce réseau.
- Indiquer dans un tableau le degré de chacun de ses sommets.
 - Le graphe est-il complet, simple orienté ou non orienté ? Justifier.
- Combien de pistes cyclables la municipalité doit-elle construire pour que deux sites quelconques de l'agglomération soient reliés directement?



EXERCICE 3 : 3 points

ABC est triangle rectangle en B tel que $BC = BA = 3\text{cm}$ et $G = \text{bar} \{(A; -2), (B; 1), (C; 2)\}$

- Construire le point $I = \text{bar} \{(B; 1), (C; 2)\}$.
 - Justifier que les points A, G et I sont alignés puis, construire le point G.
- Soit h la transformation du plan qui à tout point M associe le point M' tels que: $\overrightarrow{M'M} = -2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}$.
 - Exprimer : $\overrightarrow{GM'}$ en fonction de \overrightarrow{GM} .
 - En déduire la nature et les éléments caractéristiques de h.
- Soit (E) l'ensemble des points M du plan tels que: $MB^2 + 2MC^2 = 45$.
 - Vérifier que le point A appartient à (E).
 - Déterminer et tracer (E).

EXERCICE 4 : 5 points

1. Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système d'équations (S):
$$\begin{cases} 9x + 3y + z = 14 \\ x - y + z = 2 \\ 3x - y - z = 0 \end{cases}$$
2. Soit h une fonction telle que $h(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x - 1}$. (\mathcal{H}) est sa courbe représentative dans un repère orthonormé. (\mathcal{H}) admet le point $\Omega(1; 3)$ comme centre de symétrie et au point $A(3; 7)$ une tangente horizontale.
 - a) En utilisant les propriétés de symétrie, calculer $h(-1)$.
 - b) Former un système de trois équations à trois inconnues dont les réels a, b et c sont solutions.
 - c) Déterminer $h(x)$.
3. On considère la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2 + x + 2}{x - 1}$. On désigne par (\mathcal{C}) sa courbe représentative.
 - a) Etudier les limites de f aux bornes de son domaine de définition.
 - b) Déterminer trois réels α, β et δ tels que : $f(x) = \alpha x + \beta + \frac{\delta}{x - 1}$.
 - c) Dédire que (\mathcal{C}) admet deux asymptotes dont on donnera les équations.
 - d) Calculer $f'(x)$ et donner le sens de variation de f . Dresser le tableau de variations de f .
 - e) Tracer la courbe (\mathcal{C}) de f .
 - f) Discuter suivant les valeurs du paramètre réel m , sur l'existence, le nombre et le signe des solutions de l'équation (E_m): $x^2 + (1 + m)x + 2 - m = 0$.



Partie B : Evaluations des compétences (4,5 points)

Pour faciliter la gestion de son personnel, le Directeur de la société répartit son personnel en trois secteur : le secteur de transport, le secteur de production et le secteur commercial qui compte respectivement n employés, m employés et 80 employés.

Le salaire d'un employé dans cette société varie non seulement en fonction de l'ancienneté mais aussi en fonction du secteur de travail ; ainsi :

- Dans le secteur de transport, $x\%$ d'employés perçoivent au moins 160 000 frs par mois ;
- Dans le secteur de production, $y\%$ d'employés perçoivent un salaire inférieur à 75 000 frs par mois ;
- Dans le secteur commercial, $0,1ab\%$ d'employés ont un salaire mensuel qui varie entre 125 000 frs et 150 000 frs.

Les tableaux ci – dessous donnent les répartitions des salaires en millier de FCFA par secteur de travail

Secteur de transport

Salaires	[80; 90[[90; 105[[105; 130[[130; 160[[160; 200[
Effectifs	9	x	12	8	7

Secteur de production

Salaires	[60; 75[[75; 90[[90; 110[[110; 135[[135; 150[
Effectifs	18	11	y	22	19

Secteur commercial

Salaires	[50; 70[[70; 100[[100; 125[[125; 105[[150; 165[
Effectifs	7	a	36	12	B

NB : a, b, m, n, x et y sont des réels à déterminer avec $a > b$.

Tâche à faire

1. Quelle est le salaire moyen d'un employé du secteur de transport ?
2. Quelle est l'écart moyen des salaires des employés du secteur de production ?
3. Quelle est le salaire médian des employés du secteur commercial ?