République du Cameroun
Lycée Classique d'Edéa

Vendredi, le 5 mars 2021

Année scolaire : 2020 / 2021
Evaluation : 4 Trimestre : 2
Classes : Tles $D_1$ & $D_2$
Epreuve : Mathématiques
Durée : 4h00 Coefficient : 4

## PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES (15,5 points)

### EXERCICE 1 : (3,5points)

1. Soit la fonction g définie par : $g(x) = \dfrac{3x+1}{(x+2)^2}$.
   a) Déterminer deux nombres réels $a$ et $b$ tels que :
   pour tout $x \in \mathbb{R} - \{-2\}$, $g(x) = \dfrac{a}{x+2} + \dfrac{b}{(x+2)^2}$. 0,5pt
   b) En déduire la valeur de $\int_{-1}^{2} g(x)dx$. 0,5pt
2. On pose $I_0 = \int_{-2}^{2} e^{-x}dx$ et pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$, $I_n = \int_{-2}^{2}(x+2)^n e^{-x}dx$.
   a) Montrer que $I_0 = e^{+2} - \dfrac{1}{e^2}$. 0,5pt
   b) A l'aide d'une intégration par parties, montrer que :
   pour tout $n \in \mathbb{N}$, $I_{n+1} = (n+1)I_n - \dfrac{4^{n+1}}{e^2}$. 0,5pt
   c) Calculer $I_1$. 0,5pt
3. A l'aide de la relation de Chasles calculer l'intégrale : $\int_{-1}^{2}\left|x^2 - \dfrac{16}{9}\right| dx$. 0,75pt
4. Faire le changement de variable $t = 3x - 2$ et calculer l'intégrale $\int_{\frac{5}{3}}^{2} \dfrac{x^2}{(3x-2)^2}dx$. 0,75pt

### EXERCICE 2 : (4,5points)

Soit dans $\mathbb{C}$ l'équation$(E)$ : $z^3 - (6+i\sqrt{3})z^2 + (11+4i\sqrt{3})z - 6 - 3i\sqrt{3} = 0$. On munit le plan complexe du repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

1. a) Montrer que l'équation $(E)$ admet deux racines réelles que l'on déterminera. 0,5pt
   b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation$(E)$. 0,5pt
2. L'on désigne par $I$, $A$, $B$ et $C$ les points d'affixes respectives $1, 3, 2+i\sqrt{3}$ et $-1$.
   a) Démontrer que le triangle $IAB$ est un triangle équilatéral. 0,5pt
   b) Déterminer et construire le barycentre G des points pondérés : $(B; 4)$ et $(C; -3)$. 0,5pt
3. Soit $\Omega$ le centre de gravité du triangle $IAB$, $h$ l'homothétie de centre $\Omega$ qui transforme $B$ en $G$ et $r$ la rotation de centre $\Omega$ et d'angle $\dfrac{2\pi}{3}$. on pose $s = hor$.
   a) Déterminer la forme complexe de $r$. 0,25pt
   b) Déterminer le rapport $h$. 0,25pt
   c) Donner la nature et les caractéristiques l'application $s$. 0,25pt
   d) Déterminer la forme complexe de l'application $s$. 0,5pt
4. Soit $E$ le point d'affixe 7.
   a) Calculer l'affixe du point $F$ de l'axe des abscisses tels que $EFG$ soit un triangle équilatéral
   b) Vérifier que $s$ transforme $IAB$ en $EFC$. 0,5pt

### EXERCICE 3 : (4points)

Soit la fonction numérique $f$ définie par : $f(x) = \ln(x+2) - \ln(6-x)$, $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormée $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. a) Montre que $D_f = ]-2;6[$. 0,5pt
   b) Etudier les variations de $f$. 0,5pt
2. a) Résoudre algébriquement dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$. 0,5pt
   b) Montre que $\Omega\binom{2}{0}$ est centre de symétrie de $(\mathscr{C}_f)$ Dresse le tableau de variations de la fonction $f$. 0,5pt
   c) Donner une équation à de la tangente $(T)$ à $(\mathscr{C}_f)$ au point $\Omega$. 0,5pt
3. Démontrer que l'équation $f(x) = 2$ admet une solution unique $\alpha$ dont on précisera un encadrement à $10^{-1}$ près. 0,5pt
4. Construis $(T)$ et $(\mathscr{C}_f)$ dans le repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$. 1pt

## EXERCICE 4: (3,5points)

Soit, la fonction numérique $h$ définie sur $[0;+\infty[$ par $h(x) = xe^{1-x}$,

la suite $(U_n)$ définie par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = h(U_n), \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}^*$

1. a) Montrer que : pour tout $x \geq 1$, $h(x) \leq x$. 0,5pt
   b) Montrer que : pour tout $x \in [0;1]$, $h(x) \geq x$. 0,5pt
2. a) Vérifier que pour tout $x \in [0;+\infty[$, $h'(x) = (1-x)e^{1-x}$. 0,5pt
   b) Dresse le tableau de variation de $h$ sur $[0;+\infty[$ 0,5pt
3. a) Montrer que : pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq U_n \leq 1$ 0,5pt
   c) Montre que la suite $(U_n)$ est convergente. 0,5pt
4. Résoudre algébriquement dans $\mathbb{R}$ l'équation $h(l) = l$, d'inconnue $l$. 0,5pt

## PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES (4,5 points)

<u>Situation</u> : Mr job dispose de deux terrain.
Le premier terrain, limitrophe à la route, la nationale n°3 est de forme d'un quadrilatère (voir figure 1). Pour refaire une canalisation en eau de la route il y a eu une déviation entièrement sur le terrain de Mr Jop. Nous avons pu monter un croquis, la déviation est suivant la partie hachurée de la figure 2, délimitée par deux fonctions polynômes. La déviation est représentée par la partie hachurée.
**La partie coloriée de la figure 3 représente le deuxième terrain.**
**Une unité sur les axes est égale à 14 centimètres.**
**Ces terrains sont situés dans une zone où le mètre carré de terrain est évalué à 7500 Francs cfa**

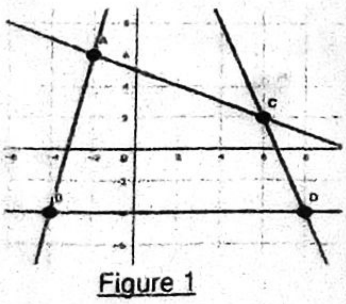
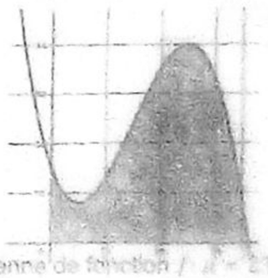



Figure 1

Figure2



Valeur moyenne de fonction

Figure3

**<u>Tâches :</u>**

1. **Quelle est la valeur du premier terrain de monsieur Jop ?** 1,5pt
2. **La déviation de la route va causer des pertes de certaines cultures de la famille Jop. Elle est donc dédommagée à raison de 1950 Francs CFA le mètre carré.**
   **De combien devrait s'attendre Mr Job pour le dédommagement ?** 1,5pt
3. **Quelle est la valeur du deuxième terrain de monsieur Jop ?** 1,5pt