

Épreuve de Mathématiques

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES (31 PTS)

Exercice 1 : 05 points

On considère les équations différentielles $(E) : y'' - 2y' + y = x^2 - 2$ et $(E') : y'' - 2y' + y = 0$ et la fonction polynômes $\varphi(x) = ax^2 + bx + c$ (avec a, b et $c \in \mathbb{R}$).

1. Détermine les réels a, b et c pour que la fonction polynôme φ soit solution de (E) . **1,5 pt**
2. Soit g une fonction deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$. Montre que g est solution de (E) ssi $g - \varphi$ est solution de (E') . **1,5 pt**
3. Résous (E') , puis déduis les solutions g de (E) . **1 pt+1pt**

Exercice 2 : 07 points

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (l'unité graphique est 3cm pour chaque axe). Soient A, B, C et D quatre points d'affixes respectifs : $z_A = 1 + i$, $z_B = -1 + i$, $z_C = -1 - i$ et $z_D = 1 - i$.

Soit r la rotation du plan de centre O et d'angle $\frac{\pi}{4}$.

On désigne par E l'image du point B par r et F celle du point A par r .

1. Détermine l'écriture complexe de r . **(1pt)**
2. a) Démontre que l'affixe z_E du point E est égal à $-\sqrt{2}$. **(1pt)**
b) Détermine l'affixe z_F du point F . **(1pt)**
c) Place les points A, B, C, D, E et F dans le repère. **(1pt)**
3. Soit S la transformation du plan qui à tout point M d'affixe $z = x + iy$ associe le point M' d'affixe $z' = x' + iy'$ tel que : $z' = (1 - i)z + (1 - \sqrt{2})i$.
a) Détermine la nature et les éléments caractéristique de S . **(1,5pt)**
b) On pose $G = \overline{\{(A, |z_A|); (B, |z_B|); (E, |z_E|); (F, |z_F|)\}}$. Donne sous forme algébrique l'affixe du point G' , image de G par S . **(1,5pt)**

Exercice 3 : 19 points

On considère la fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ et définie par : $f(x) = -x + 2 + xe^{1-x}$. On note $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. L'unité graphique est 2 cm.

I : Étude d'une fonction auxiliaire (06 points)

Soit g une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -1 + (1 - x)e^{1-x}$.

1. a) Justifie que la limite de g en $+\infty$ est -1 . **(0,5pt)**
b) Détermine la limite de g en $-\infty$ **(0,5pt)**
2. a) Démontre que pour tout x élément de $\mathbb{R}$, $g'(x) = (x - 2)e^{1-x}$. **(1pt)**
b) Étudie les variations de g et dresser son tableau de variation. **(1,5pt)**
3. a) Montre que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$. **(1pt)**
b) Justifie que $0,4 < \alpha < 0,5$ **(0,5pt)**
c) En déduis le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x sur $\mathbb{R}$. **(1pt)**

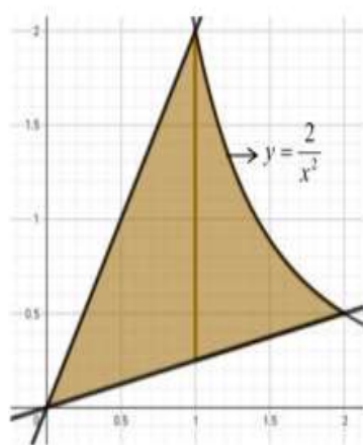
II : Etude de la fonction f (13 points)

1. Calcule les limites de la fonction f en $-\infty$ et en $+\infty$. (1pt)
2. a) Démontre que f est une primitive de g sur $\mathbb{R}$. (1pt)
b) Étudie les variations de f et dresser son tableau de variation. (2pts)
3. a) Étudie les branches infinies de la courbe $(\mathcal{C})$ au voisinage de $-\infty$ et de $+\infty$. (1,5pt)
b) Étudie les positions relatives de $(\mathcal{C})$ et $(\mathcal{D})$,
où $(\mathcal{D})$ est la droite d'équation $y = -x + 2$. (1,5pt)
4. Détermine une équation de la tangente $(\mathcal{T})$ à $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse 1. (1pt)
5. Démontre que : $f(\alpha) = 1 - \alpha + \frac{1}{1-\alpha}$. (1pt)
6. a) Justifie que pour tout nombre réel x , $\frac{f(-x+2)}{f(x)} = e^{x-1}$ (1pt)
b) On admet que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions. On appelle β l'une de ces solutions, démontrer que $2 - \beta$ est l'autre solution. (1pt)
7. Construis soigneusement $(\mathcal{C})$, $(\mathcal{D})$ et $(\mathcal{T})$ dans un même repère. (on prendra $\alpha = 0,4$ et $\beta = 2,5$). On rappelle que l'unité graphique est $2cm$. (2pts)

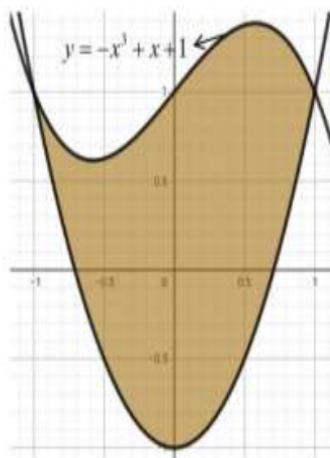
PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES (09 PTS)

Monsieur ZRA, propriétaire terrien dispose de trois parcelles de terrain dans la localité de Mokong comme l'indique les figures ci-dessous. Il souhaite vendre les parcelles 1 et 2 à raison de 5000 FCFA le mètre carré puis la parcelle 3 à raison de 6500 FCFA le mètre carré.

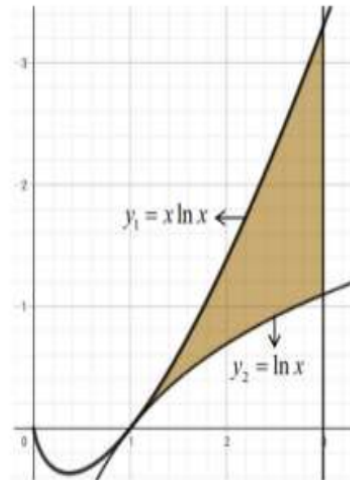
On prendra : Une unité d'aire est égale à 250 m^2 .



Parcelle 1



Parcelle 2



Parcelle 3

1. Détermine le prix de vente de la parcelle 1. 3pts
2. Détermine le prix de vente de la parcelle 2. 3pts
3. Détermine le prix de vente de la parcelle 3. 3pts