MINISTÈRE DES ENSEIGNEMENTS SECONDAIRES
LYCÉE DE GUIDER
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES

Année scolaire 2020-2021
évaluation N^o : 3 ; Classe :$T^{le}D$
Durée : 3h ; Cof : 4

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES 15.5 points

EXERCICE 1. *3 points*

Pour chaque question, une seule des quatre propositions est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisir Aucune justification n'est demandée.
Réponse juste un point ; réponse inexacte -0.5 point ; absence de réponse compte 0 point.

1. *Soit* $(x, y, z) \in \mathbb{R}_+^{*3}$ *le système d'équations* $\begin{cases} \ln x + \ln y + \ln z = 6 \\ -2\ln x + \ln y + 4\ln z = 12 \\ 6\ln x + 3\ln y - 4\ln z = 0 \end{cases}$ *a pour ensemble solution dans* $\mathbb{R}^3$ *est :*

   a) $\{(-e, e^2, e^3)\}$; *b)* $\{(e, e^2, e^3)\}$; *c)* $\{(e^2, e, e^3)\}$ *d) pas de solution* 0.5 pt

2. *L'ensemble solution de l'inéquation* $\ln(\ln x) > 0$ *dans* $*\mathbb{R}$ *est :*

   a) $]0; +\infty[$; *b)* $[1; +\infty[$; *c)* $\left]e^{\frac{1}{2}}; +\infty\right[$; *d)* $]e; +\infty[$ 0.5 pt

3. *L'ensemble des réels* x *pour lesquels* $\ln\left|\dfrac{x-1}{x+1}\right|$ *est un réel est :*

   a) $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$; *b)* $]1; +\infty[$; *c)* $\mathbb{R} - \{-1\}$; *d)* $\mathbb{R}$ 0.5 pt

4. *La dérivée de la fonction* $x \longmapsto \dfrac{\ln(-x)}{\ln x}$ *est :*

   a) 0 ; *b)* $\dfrac{1}{\ln x} - \dfrac{1}{(\ln x)^2}$; *c)* $-\dfrac{\ln x + \ln(-x)}{x(\ln x)^2}$; *d) n'admet pas de fonction dérivée.* 0.5pt

5. *Une primitive sur* $]2, +\infty[$ *de la fonction* $x \longmapsto \dfrac{3}{2-x}$ *est :*

   a) $-3\ln(2-x)$; *b)* $3\ln(2-x)$; *c)* $\dfrac{1}{3}\ln(2-x) + C$; *d)* $1 - 3\ln(x-2)$ 0.5 pt

6. *Si* $\begin{cases} u_n \geq v_n \\ \lim\limits_{n\to+\infty} v_n = -\infty \end{cases}$ *alors : a)* $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

   b) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$; *c) On ne peut rien dire sur la* $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$; *d)* $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ 0.5 pt

EXERCICE 2. *3 points*

1. *Soit* (P) *le plan complexe muni d'un repère orthonormé* (O, I, J) , *on considère l'application* F *qui a tout point* M *d'affixe* Z *associe le point* M' *d'affixe* z' *tel que* $z' = u^2 z + u - 1$, $u \in \mathbb{C}$.

   (a) *Déterminer l'ensemble des nombres complexes* u *pour lesquels* F *est une translation. Caractériser* F *pour chacune des valeurs de* u *trouvées.* 1 pt

   (b) *Déterminer l'ensemble des nombres complexes* u *pour lesquels* F *est une rotation d'angle* $\dfrac{\pi}{2}$ *. Caractériser* F *pour chacune des valeurs de* u *trouvées.* 1 pt

   (c) *Déterminer l'ensemble des nombres complexes* u *pour lesquels* F *est une homothétie de rapport* $k = -2$. *Caractériser* F *pour chacune des valeurs de* u *trouvées.* 1 pt

EXERCICE 3. *9.5 points*

I- *On considère la fonction définir sur* $]0; +\infty[$ *par* $f(x) = x + \ln x$.

   (a) *Déterminer le sens de variation de la fonction* f *sur* $]0; +\infty[$ 0.5pt

(b) *Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution notée α tel que $\frac{1}{2} \leq \alpha \leq 1$* 0.5pt

II- *On considère la fonction g définir sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = \dfrac{4x - \ln x}{5}$ et $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, I, J).*

(a) *Calculer les limites de g au bornes de son ensemble de définition.* 0.5pt

(b) *Étudier les branches infinies à $(\mathcal{C})$* 0.5pt

(c) *Étudier le sens de variation de la fonction g sur $]0; +\infty[$.* 1pt

(d) *En déduire que pour tout $x \in \left[\frac{1}{2}; 1\right]$; $\dfrac{2}{5} \leq g'(x) \leq \dfrac{3}{5}$ et que $|g'(x)| \leq \dfrac{3}{5}$ dans cet intervalle.* 1pt

(e) *Construire $\mathcal{C}$* 1.5pt

(f) *Démontrer qu'un nombre réel $x > 0$ est solution de l'équation $f(x) = 0 \iff g(x) = x$.* 0.25pt

III- *On considère la suite (u_n) définir par $u_0 = \dfrac{1}{2}$ et pour tout entier naturel n , par $u_{n+1} = g(u_n)$.*

(a) *En utilisant le sens de variation de la fonction g , démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $\dfrac{1}{2} \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 1$.* 1.25pt

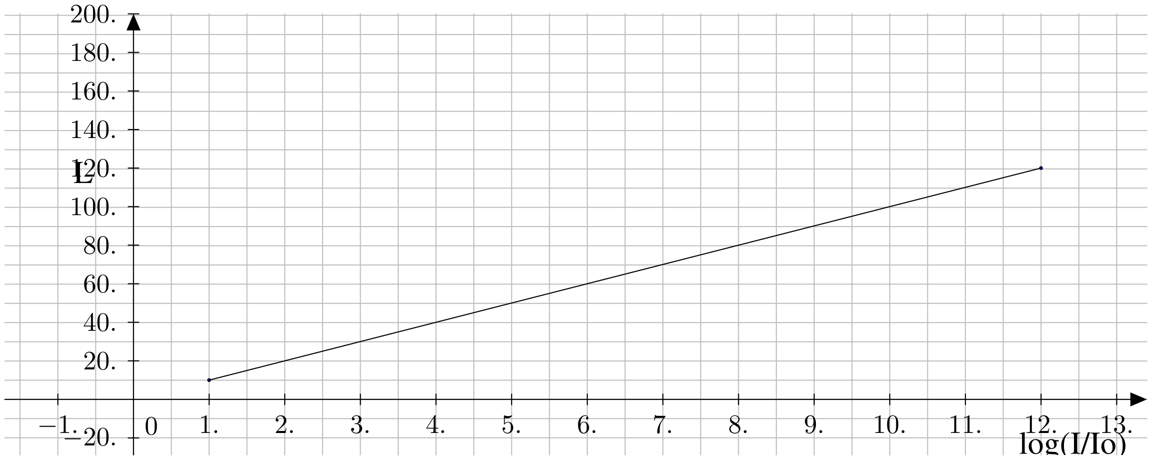
(b) *Montrer que $\forall n \in \mathbb{N},\ |u_{n+1} - \alpha| \leq |u_n - \alpha|$.* 1pt

(c) *Montrer que $\forall n \in \mathbb{N},\ |u_n - \alpha| \leq \left(\dfrac{3}{5}\right)^n$ et en déduire que la suite (u_n) converge vers α.* 1pt

(d) *Déterminer une valeur approchée de α à 5×10^{-4} près* 0.5pt

<u>PARTIE B</u> : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES 4,5 points

Lors de l'animation d'une soirée dansante de votre classe, votre camarade utilise un dispositif constitué de dix haut-parleurs identiques , de quinze plaques d'isolation phonique permettant d'absorber l'intensité acoustique du son qui lui parvient et d'un PC dont sur l'écran on peut visualiser la courbe représentative sur papier semi-logarithmique de la fonction niveau sonore L (en dB), en fonction du rapport $\frac{I}{I_0}$ où I est l'intensité acoustique du son étudier et I_0 l'intensité acoustique du seuil d'audibilité de l'oreille humaine $(I\ et\ I_0\ en\ W/m^2)$. Il est sans ignorer que le seuil de danger pour l'oreille humaine est à $90dB$. On donne $I_0 = 10^{-12}W.m^{-2}$ et pour un haut-parleur $I = 10^{-2}W.m^{-2}$, de plus I est proportionnelle au nombre de haut-parleurs connectés au PC et une plaques d'isolation phonique permet d'absorber 8% de l'intensité du son qui lui parvient. Sur l'écran du PC on observe la courbe si-dessous :



Tâche 1 Exprimer L en fonction du rapport $\frac{I}{I_0}$ 1,5 pt

Tâche 2 Les dix haut-parleurs sont-ils dangereux pour l'audibilité de vos camarades ? 1,5 pt

Tâche 3 Dispose t'il assez de plaques pour réduire le niveau sonore émis par les dix haut-parleur au $\dfrac{3}{4}$. 1,5 pt