MINESEC / DRES-Ouest / DDES-Menoua	DEVOIR : N°4	
LYCEE BILINGUE DE SANTCHOU	Classe : 1èreC	Date : 09 Mars 2021
Département : MATHEMATIQUES	Durée : 3H	Coefficient : 6

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Le correcteur tiendra compte de la rigueur dans la rédaction et de la clarté de la copie. Toutefois, il est demandé à l'élève de justifier toutes ses affirmations.

I- EVALUATION DES RESSOURCES /15.5pts

Exercice 1 : **[4pts]**

1- Calculer chacune des limites des limites suivantes :

$\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{\sqrt{3x+1}-2}{x-1}\right)$ $\quad\lim\limits_{x\to -\infty}\left(\sqrt{x^2-x+1}+x\right)$ $\quad\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{3x^2-2x-1}{2x-2}\right)$. **[1.5pt]**

2- Soit g la fonction définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $g(x)=\dfrac{x^2-3x+2}{x(x-1)}$.

(a) Déterminer l'ensemble de définition D_g de g. **[0.5pt]**

(b) Calculer les limites de g aux bornes de D_g. **[1.5pt]**

(c) Justifier que g admet un prolongement par continuité en 1 et définir ce prolongement, noté h. En-déduire l'ensemble de définition D_h de la fonction h. **[0.5pt]**

Exercice 2 : **[7.5pts]**

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x dont le tableau de variation est donné ci-dessous :

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	||	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$ || $-\infty$	↗	-2	↘	$-\infty$

On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1- (a) Préciser l'ensemble de Définition D_f de f. **[0.5pt]**

(b) Préciser les limites de f aux bornes de son ensemble de définition, D_f. **[1pt]**

(c) Déterminer le signe de $f(x)$ pour tout x, élément de D_f. **[1pt]**

2- (a) Préciser l'ensemble de dérivabilité $D_{f'}$ de f', fonction dérivée de f. **[0.5pt]**

(b) Déterminer le signe de $f'(x)$ pour tout x, élément de $D_{f'}$. **[1pt]**

3- Montrer que la tangente au point d'abscisse -2 est parallèle à l'axe des abscisses. **[0.5pt]**

On suppose dans la suite que $\forall x\neq -1,\ f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x+1}$.

4- Exprimer $f'(x)$ en fonction de a, c et x. **[0.5pt]**

5- Montrer $\forall x\neq -1,\ f(x)=\dfrac{-x^2-2x-2}{x+1}$. **[1pt]**

6- On considère le point $\Omega\begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix}$.

(a) Donner une équation cartésienne de (C_f) dans le repère $(\Omega, \vec{i}, \vec{j})$. **[0.5pt]**

(b) En-déduire que Ω est un centre de symétrie pour (C_f). **[0.5pt]**

7- Dresser le tableau de variation de la fonction $k : x \mapsto f(x+1)$. **[0.5pt]**

<u>Exercice 3 :</u> **[4pts]**

1- Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, on considère les points $A(-2,0,1)$, $B(1,2,-1)$ et $C(-2,2,2)$.

(a) Montrer que les points A, B et C définissent un plan. **[0.5pt]**

(b) Vérifier qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est : $2x - y + 2z + 2 = 0$. **[0.5pt]**

2- Soit (P_1) et (P_2) les plans d'équations cartésiennes respectives : $x + y - 3z + 3 = 0$ et $x - 2y + 6z = 0$. Montrer que (P_1) et (P_2) sont sécants suivant une droite (d) dont une représentation paramétrique est : $\begin{cases} x = -2 \\ y = 3t - 1, (t \in \mathbb{R}) \\ z = t \end{cases}$. **[1pt]**

3- Démontrer que la droite (d) et le plan (ABC) sont sécants et déterminer les coordonnées de leur point d'intersection F. **[1pt]**

4- Soit (S) la sphère de centre $\Omega(1,-3,1)$ et de rayon $R = 3$.

(a) Etudier la position relative de (S) et (d). **[0.5pt]**

(b) Démontrer que le plan (ABC) et la sphère (S) sont tangents. **[0.5pt]**

I- <u>EVALUATION DES COMPETENCES /4.5pts</u>

On observe les figures ci-contre :

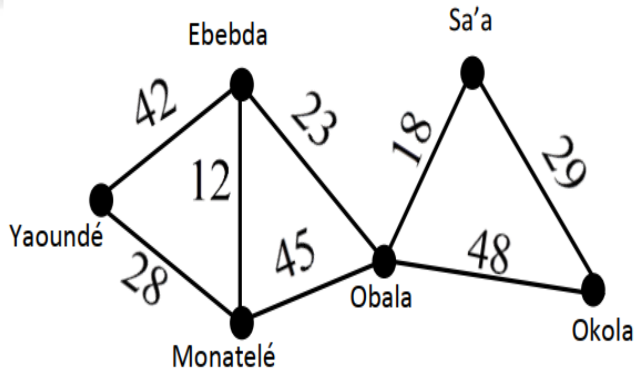

Figure 1

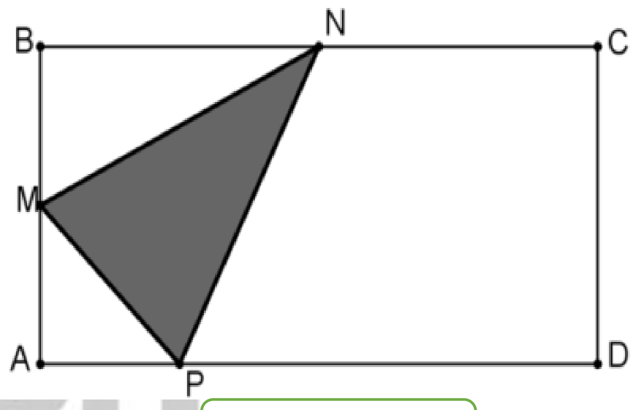

Figure 2

La **figure 2** représente la maquette de couture d'un vêtement faite par le tailleur **EDY MICHEL**, où $ABCD$ est une forme rectangulaire tel que $AB = 4cm$ et $BC = 8cm$. Les point M, N et P appartiennent respectivement aux segments $[AB]$, $[BC]$ et $[AD]$ tels que : $AP = 2cm$, $BM = x$ et $BN = 2x$. Il souhaiterait que l'aire du triangle soit la plus grande possible.

Par ailleurs, Monsieur **EDY MICHEL** possède une boucherie à Bamenda dans laquelle il vend de la viande de chèvre à **2200 F** le Kg et celle du porc **2400 F** le Kg. La masse salariale mensuelle de ses employés est de **300000 F**. Pour le bon fonctionnement de sa boucherie, il souhaite augmenter le nombre de ses employés de **4** en maintenant cette masse salariale mensuelle, mais il constate que le salaire de chaque employé sera alors diminué de **12500 F**.

MELI, le petit frère de Monsieur **EDY MICHEL** étant gravement malade et résidant à Okola, le Médecin chef du district de santé d'Okola décide de l'évacuer de toute urgence à Yaoundé par une ambulance qui doit avoir une vitesse constante de $70Km/h$ tout au long du parcours. La **figure 1** représente la carte d'orientation avec les nombres indiquant la distance en Km entre deux villes.

<u>Tâches :</u>

1- Quelle est la distance x à considérer pour que l'aire du triangle MNP soit la plus grande possible ? **[1,5pt]**

2- Quel sera le salaire mensuel de chacun des employés pour que la boucherie de Monsieur **EDY MICHEL** fonctionne de manière optimale ? **[1,5pt]**

3- Quel sera le temps minimal à mettre par l'ambulancier pour permettre l'évacuation de de **MELI** à Yaoundé ? **[1,5pt]**

<u>Critères d'évaluation par tâches</u> :

- ✓ **Interprétation correcte de la situation : 0.5pt ;**
- ✓ **Utilisation correcte des outils mathématiques : 0.5pt ;**
- ✓ **Cohérence : 0.5pt.**