

Compétences visées : résoudre les situations de vie en faisant appel aux généralités sur les fonctions et étude des fonctions : problème d'optimisation

PARTIE A : EVALUATION DES RESSOURCES / 12,5points

EXERCICE 1:/ 1,75 point

Le plan est muni du repère orthonormé (O ;I ;J). A, B et C trois points du plan tels que $A(5; 3)$, $B(-1; 3)$, $C(0; 1)$. Soient G_m le barycentre du système $\{(A, m), (B, 2), (C, 4)\}$, où m est un réel et I le milieu du segment $[AB]$.

- 1) Déterminer la valeur de m pour que G_m soit le milieu du segment $[IC]$. 0,25pt
- 2) On pose $\vec{U} = m\vec{MA} + 2\vec{MB} + 4\vec{MC}$ avec $m = 2$
 - a) Montrer que $\vec{U} = 8\vec{MG}_2$ et en déduire la nature et les éléments caractéristiques de l'ensemble (E) des points M du plan tel que $\|\vec{U}\| = 24$. 0,75pt
 - b) Soit (Γ) l'ensemble des points $M(x, y)$ du plan tel que $\vec{U} \cdot \vec{MC} = \vec{0}$.
 - i) Montrer que G_2 a pour coordonnées $(1, 2)$. 0,25pt
 - ii) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de (Γ) . 0,5pt

EXERCICE 2:/ 2,25points

Soit P le polynôme définie par $P(x) = ax^2 + bx + c$ où a, b, c sont des réels. On donne $P(1) = 5$, $P(-2) = 2$, $P(3) = 37$.

- 1) Montrer que a, b, c vérifient le système (S) suivant :
$$\begin{cases} a + b + c = 5 \\ 4a - 2b + c = 2 \\ 9a + 3b + c = 37 \end{cases}$$
 0,75pt
- 2) Résoudre dans \mathbb{R}^3 le système (S) . 1pt
- 3) En déduire dans \mathbb{R} les solutions de l'inéquation $P(x) > 0$. 0,5pt

EXERCICE 3:/ 3points

Soit f la fonction définie de l'intervalle $[0; 6]$ vers \mathbb{R} par $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 9$.

- 1) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. 0,5pt
- 2) Etudier la dérivabilité de f en 1. 0,5pt
- 3) Montrer que f garde un signe constant sur $[0; 6]$ et en déduire le signe de $f(x)$. 0,75pt
- 4) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation. 1,25pt

EXERCICE 4:/ 5,5points

On considère la fonction k dont le tableau de variation est donné ci-dessous.

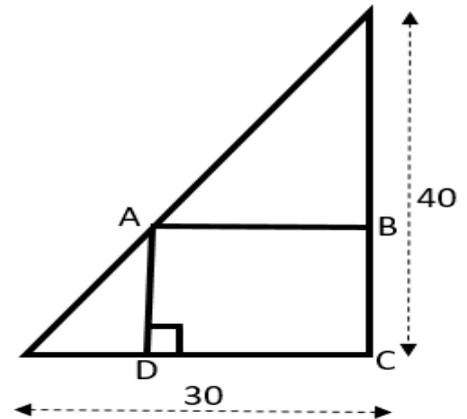
En vous servant de ce tableau de variation, répondre aux questions 1) et 2).

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
$k'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$k(x)$	$-\infty$	0	$-\infty$	$+\infty$	4	$+\infty$

- 1) Déterminer le domaine de définition de k et calculer les limites de k aux bornes de ce domaine. **1pt**
- 2) Déterminer à partir de ce tableau $k(-2), k(0), k'(-2)$ et $k'(0)$. **1pt**
On suppose pour tout réel $x \neq -1, k(x) = x + 3 + \frac{1}{x+1}$
- 3) Montrer que la droite (D) d'équation $y = x + 3$ est asymptote oblique à (C_k) . **0,5pt**
- 4) Etudier les positions relatives de (C_k) par rapport à (D) . **0,5pt**
- 5) Déterminer les points de rencontre de (C_k) avec les axes du repère. **1pt**
- 6) Construire (C_k) et (D) dans le repère (O, I, J) . **1,5pt**

PARTIE B : EVALUATION DES COMPETENCES / 7,5points

Un camion ravitaille en matières premières une entreprise de fabrication des savons en empruntant toujours le même trajet. Le coût de revient C d'un trajet en fonction de v est donné par la relation $C(v) = \frac{1}{50}v^2 - 2v$, v étant exprimée en Km/h. Dans cette entreprise, les charges liées à la fabrication d'un savon sont de 250 F CFA. A ces charges variables, s'ajoutent des charges fixes d'un montant mensuel de 15 000 F CFA. Le coût de fabrication unitaire d'un savon est la somme des charges variables et des charges fixes unitaires. La fabrication de ces savons est rentable pour un coût unitaire inférieur à 300 F CFA. Monsieur BOUBA, un cadre dans cette entreprise se propose de construire un bâtiment dont la base est rectangulaire, sur un terrain ayant la forme d'un triangle rectangle dont les deux côtés de l'angle droit mesurent respectivement 30 m et 40 m. (Voir figure ci-contre).



Tâche 1 : Déterminer les dimensions de l'édifice pour que la surface construite ABCD soit maximale. **[2,25pts]**

Tâche 2 : Déterminer le nombre minimal de savons à fabriquer pour atteindre le seuil de rentabilité. (On pourra représenter graphiquement la fonction coût de fabrication unitaire sur l'intervalle $[100; 500]$ dans un repère orthogonal où 1 cm représente 100 savons en abscisse et 100 F CFA en ordonnée). **[2,25pts]**

Tâche 3 : Déterminer la vitesse moyenne v pour que le coût d'un trajet soit minimum. **[2,25pts]**

Présentation : **[0,75pt]**

Examineur : Hamadou Gaga

Bon travail!!!

Albert Einstein : « L'enseignement devrait être ainsi : celui qui le reçoit le recueille comme un don inestimable mais jamais comme une contrainte pénible. »