

Épreuve de Mathématiques

L'épreuve est sur deux pages, dont deux grandes parties, toutes obligatoires.

PARTIE A : ÉVALUATION DES RESSOURCES : 31 PTS

Exercice 1 : 07,5 points

Choisir la bonne réponse.

1. L'équation $e^{2x} - 3e^x + 2 = 0$ admet : 1,5 pt
(a) deux solutions (b) une une solution (c) aucune solution

2. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \ln(-2x + 6)$ est égale : 1,5 pt
(a) $+\infty$ (b) $-\infty$ (c) 0

3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln x$ est égale à : 1,5 pt
(a) $-\infty$ (b) $+\infty$ (c) n'existe pas

4. La dérivée de la fonction qui à x associe $f(x) = \ln(-2 + x)$ est : 1,5 pt
(a) $f'(x) = \frac{1}{2-x}$ (b) $f'(x) = \frac{1}{-2+x}$ (c) $f'(x) = \frac{2}{-2+x}$

5. Une primitive de la fonction qui à x associe $f(x) = \frac{1}{2x+1}$ est : 1,5 pt
(a) $\frac{1}{2} \ln(2x+1)$ (b) $= 2 \ln(2x+1)$ (c) $= \ln(2x+1)$

Exercice 2 : 11,5 points

On considère : le polynôme $P(x) = x^3 - 4x^2 + 5x - 2$, l'équation : (E) : $e^{3x} - 4e^{2x} + 5e^x - 2 = 0$
et les systèmes :

$$(S) : \begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x - y - z = -3 \\ x - y + z = 2 \end{cases} \quad \text{et} \quad (S') : \begin{cases} e^x + e^y + e^z = 6 \\ 2e^x - e^y - e^z = -3 \\ e^x - e^y + e^z = 2 \end{cases} .$$

1. Calculer $P(2)$ et conclure 0,5 pt .
2. Déterminer les réels a, b et c tels que $P(x) = (x - 2)(ax^2 + bx + c)$. 1,5 pt
3. Résoudre dans \mathbb{R} les équations $x^2 - 2x + 1 = 0$ et $P(x) = 0$. 2 pts
4. Résoudre alors l'inéquation $P(x) \geq 0$. 1,5 pt
5. Dédire les solutions de l'équation (E) . 2 pts
6. Résoudre le système (S) . 2 pts
7. Dédire les solutions du système (S') . 2 pts

Exercice 3 : 12 points

On considère la fonction f définie sur $] - 1; +\infty[$ par $f(x) = \ln(1 + x)$ et (C_f) sa courbe représentative dans le repère orthonormé (O, I, J) .

1. Déterminer le domaine de définition D_f de f et déduire l'asymptote à (C_f) . **1,5 pt**
2. Calculer les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$. **1,5 pt**
3. Montrer la dérivée f' de f est donnée par : $f'(x) = \frac{1}{1+x}$. **1,5 pt**
4. Étudier les variations de f et dresser son tableau de variation. **2,5 pts**
5. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\ln(1+x) = 0$ et calculer $f(0)$. **1,5 pt**
6. Compléter le tableau suivant :

	x	4	2	1	0
	f(x)				

. **1 pt**
7. Représenter (C_f) dans notre repère. **2,5 pts**

PARTIE B : ÉVALUATION DES COMPÉTENCES : 09 PTS

Être capable de mettre en place un raisonnement logique et communiquer à l'aide du langage mathématique en faisant appel aux équations du second degré et au système d'équations de \mathbb{R}^2 pour résoudre un problème.

Sarra Propriétaire terrien d'une parcelle de terrain rectangulaire $ABCD$ de superficie $1728m^2$, cède à son fils **IYA** une bande $EBCF$ de $4m$ de large de façon à conserver lui-même la même superficie cédée. Il décide de clôturer sa parcelle avec du grillage qu'on vend à $3000Fr$ s le mètre. Pour faire l'élevage de poulets et moutons.

Son fils dénombre 200 pattes et 120 têtes au total chaque poulet consomme en moyenne $60g$ de provende et chaque mouton $150g$ d'herbes.

Son fils **IYA** revend sa parcelle reçue à $5000000Fr$ s et fait un placement à la banque à intérêt de $x\%$, et son gestionnaire lui dit qu'il aura au bout de deux ans dans son compte $6612500Fr$ s.

Taches :

- Tache 1** : Quelle est la dépense faite par **Sarra** pour clôturer sa parcelle. **3 pts**
- Tache 2** : Combien d'animaux compte la parcelle d' **IYA**. **3 pts**
- Tache 3** : Aider **IYA** à déterminer la valeur x de l'intérêt produit annuellement. **3 pts**