MINESEC **Année scolaire 2020/2021**
Collège Moderne de la Bénoué **Composition du trimestre 2**
Département de Mathématiques **Classe: $P^{\text{ère}}C$** **Durée : 3 heures** **Coef : 6**

Épreuve de Mathématiques

`Evaluation Sommative du trimestre 2`

Evaluation des ressources: 15 points

EXERCICE 1 **: 3 points**

I/ Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). On considère (E), l'ensemble des points $M(x; y)$ tels que $x = 4\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - 3$ et $y = 4\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + 2$; où $\theta \in \mathbb{R}$.

1) Montrer que pour tout $\theta \in \mathbb{R}$, $x = 2\cos(\theta) - 1$ et $y = 2\sin(\theta) + 2$, puis en déduire la nature et les éléments caractéristiques de (E). **0,75 pt**

2) Montrer qu'une équation cartésienne de (E) est $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$. **0,25 pt**

3) Vérifier que $A(1; 2) \in (E)$, puis déterminer une équation de la tangente à (E) en A. **0,75 pt**

II/ 1)Déterminer les réels A et φ tels que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\cos x + \sqrt{3}\sin x = A\sin(x + \varphi)$. **0,5 pt**

2) Resoudre dans $[0; 2\pi]$, l'inéquation $\cos x + \sqrt{3}\sin x \geq \sqrt{3}$. **0,75 pt**

EXERCICE 2 **:4 points**

E est un plan vectoriel dont une dase est $B = (\vec{i}, \vec{j})$, et f est l'endomorphisme de E défini par: $f(\vec{i} - \vec{j}) = 3\vec{i} - \vec{j}$ et $f(\vec{i} + \vec{j}) = -\vec{i} + 5\vec{j}$.

1) Montrer que $f(\vec{i}) = \vec{i} + 2\vec{j}$ et $f(\vec{j}) = -2\vec{i} + 3\vec{j}$.

Donner la matrice de f dans la base B. **0,75 pt**

2) Soit g l'endomorphisme de E défini par $g(\vec{i}) = \vec{i} - \vec{j} + f(\vec{i})$ et $g(\vec{j}) = 8\vec{i} + f(\vec{j})$.

a) Déterminer la matrice A de g dans la base B. **0,75 pt**
b) Montrer que $Kerg$ est une droite vectorielle dont une base est $\vec{e_1} = 3\vec{i} - \vec{j}$. **0,75 pt**
c) Montrer que Img est une droite vectorielle dont une base est $\vec{e_2} = 2\vec{i} + \vec{j}$. **0,75 pt**

3) On pose $B' = (\vec{e_1}, \vec{e_2})$

a) Montrer que B' est une base de E. **0,25 pt**
b) Déterminer le réel α tel que $g(\vec{e_2}) = \alpha\vec{e_2}$. **0,5 pt**
c) En déduire la matrice A' de g dans la base B'. **0,25 pt**

EXERCICE 3 **: 5 points**

On considère la fonction numérique f définie sur $D_f =]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 6}{2 - x}$.

(C_f) désigne la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. **1 pt**

b) En déduire que (C_f) admet une asymptote verticale (D_1) dont on précisera une équation. **0,25 pt**

2) a) Montrer que pour tout $x \in]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$, $f(x) = -x + 1 + \dfrac{4}{2 - x}$. **0,5 pt**

b) En déduire que la droite $(D_2) : y = -x + 1$ une asymptote oblique à (C_f) à l'infini. **0,25 pt**
c) Etudier les positions relatives de (C_f) et (D_2). **0,5 pt**

3) a) Montrer que pour tout $x \in]-\infty; 2[\cup]2; +\infty[$, $f'(x) = -\dfrac{x^2 - 4x}{(2 - x)^2}$. **0,5 pt**

d) Déterminer le sens de variations de f et dresser son tableau de variations. **1 pt**

4) Tracer (C_f) et ses asymptotes. **1 pt**

Unité sur les axes: 1 ***cm pour une unité.***

EXERCICE 4 :**3 points**

ABC est un triangle équilatéral de centre de gravité G tel que $Mes(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}) = \frac{\pi}{3}$ On désigne par B' le milieu du segment $[AC]$ et J le milieu du segment $[BB']$, (Δ) la parallèle à (AC) passant par J.

1) Réaliser la figure. **0,25 pt**

2.a) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de $S_\Delta \circ S_{(AC)}$. **0,5 pt**

b) Montrer que $t_{\overrightarrow{AB}} = t_{\overrightarrow{AB'}} \circ S_\Delta \circ S_{(AC)}$. **0,5 pt**

3) On pose $g = r' \circ r$ où r' et r sont les rotations de centres respectifs C et A et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

- **a)** Déterminer $g(G)$. **0,5 pt**
- **b)** Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la transformation g. **0,75 pt**

4) Construire l'ensemble des points M du plan tels que $Mes\widehat{AMB} = -\frac{5\pi}{6} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. **0,5 pt**

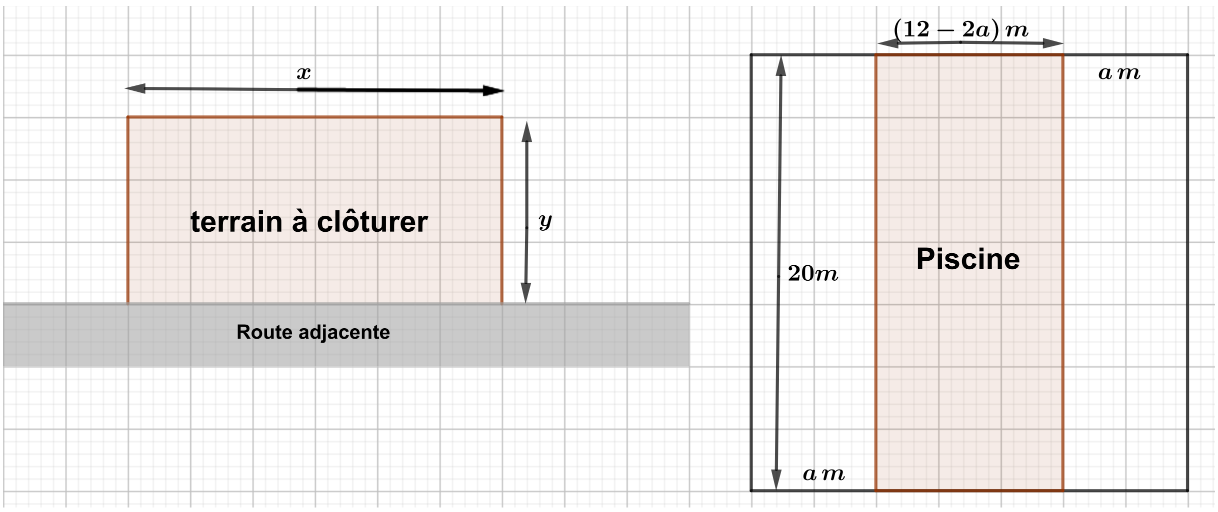
EVALUATION DES COMPETENCES: 5 points

"Résoudre une situation problème, déployer un raisonnement mathématique et communiquer à l'aide du langage mathématique dans des situations de vie où interviennent les barycentres, les équations dans $\mathbb{R}$ et les problèmes d'optimisation

Mle Ngompé possède un terrain rectangulaire de $28\,800\,m^2$ de surface. Cette surface dont le plan est donnée ci-dessous devra être clôturé sur les trois côtés non adjacents à la route, servant d'entrée.

Elle souhaitait construire une piscine sur une portion rectangulaire (de longueur est de 20 m et de largeur 12 m) dans son terrain. La profondeur de cette piscine étant inconnue (a m). Une allé de largeur a m est construite autour de la piscine suivant les deux longueurs de la portion comme l'indique la figure ci-dessous.

Maliki est un très bon maçon et doit régler sa facture d'électricité d'un montant de 7350 FCFA. Le chef maçon le contact par téléphone et dit: vous allez vous partarger équitablement la somme de 120 000 FCFA, pour les travaux de construction de la piscine. Le lendemain le chef le rappel et lui dit que deux d'entre eux seront absent et une somme de 126 000 FCFA sera partagée équitablement et chacun vera son dû précédent augmenté 1000 FCFA. Il ignore l'éffectif des maçons.



- **Tâche 1[1,5 pt]**: Quelle longueur maximale de fil barbelé peut-elle prévoir pour la clôture de son terrain?
- **Tâche 2[1,5 pt]**: Quel volume d'eau maximal peut t-on prévoir pour cette piscine?
- **Tâche 3[1,5 pt]**: M. Maliki pourra-t-il régler sa facture d'électricité?

Présentation 0,5 pt

Composition du trimestre 2, Maths P^{re}C/ CMB/ Mars 2021

Examinateur: M Ferdinand MAKAINI, PLEG Mathématiques