
Exercice1 (Limites et Continuité)

1) *Donner le nombre de solution de l'équation* $2x^3 + x^2 - 1 = 0$.
2) *Donner un encadrement de chacune des solutions à* 10^{-2} *près.*

Exercice 2 (Complexes)

a) Nombre complexe et transformation de plan

3) *Soit* f *une application du plan dans le plan d'écriture analytique :* $\begin{cases} x' = -\frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}y \\ y' = \frac{\sqrt{3}}{2}x - \frac{\sqrt{3}}{2}y + 1 \end{cases}$
4) *Déterminer l'écriture complexe de* f .
5) *Donner la nature de* f *ainsi que ses éléments caractéristiques.*

b) Géométrie des nombres complexes

ABC *est un triangle rectangle en A tel que : AC = 2AB et* $mes(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{2} rad$.
$D = bar\{(A,-1); \ (B,1); \ (C,1)\}$.

1) *Faire une figure et placer le point D.*
2) *Construire l'ensemble* (τ) *des points M du plan tel que :* $-MA^2 + MB^2 + MC^2 = \frac{AD^2}{4}$.
3) *On désigne par* ***S*** *la similitude plane directe de centre A qui transforme B en C.*
   a) *Déterminer l'angle et le rapport de S.*
   b) *Déterminer par construction l'image E de D par S*
   c) *Démontrer que (CE) et (BD) sont perpendiculaires et que CE= 2BD.*
   d) *Evaluer en fonction de AD l'aire de* $\tau' = S(\tau)$.

Problème

a) Dérivabilité d'une fonction sur un intervalle

Soit f *la fonction numérique définie par :* $f(x) = \sqrt{1-|x|}$.

1) *Vérifier que* f *est définie sur l'intervalle* $[-1;1]$.
2) *Montrer que* $\frac{f(x) - f(0)}{x} = \frac{-|x|}{x(\sqrt{1-|x|}+1)}$. *En déduire que* f *n'est pas dérivable en 0.*
3) *Etudier la dérivabilité de* f *à droite en -1 et à gauche en 1.*
4) *Soit* $x_0 \in]0;1[$, *montrer que* f *est dérivable en* x_0.
5) *Peut-on dire que* f *est dérivable en tout* $x_0 \in [0;1[$ *? Justifier*
6) *Déterminer la fonction dérivée de* f *sur* $]0;1[$

b) __Dérivée de la fonction réciproque d'une fonction bijective__

1) *Soit la fonction* f *définie de* $[0;+\infty[$ *vers* $[0;+\infty[$ *par :* $f(x)=x^n$ $(\forall n\in IN^*)$

a) *Montrer que* f *réalise une bijection et déterminer l'ensemble de dérivabilité J de* f^{-1}

b) *Définir* f^{-1} *et déterminer sa dérivée sur J.*

2) *Soit la fonction* g *définie sur* $]0;+\infty[$ *par* $g(x)=x^r$ *avec* $r\in Q^*$

a) *Ecrire* g *comme composé de deux fonction puis en déduire que* g *est dérivable sur* $]0;+\infty[$.

b) *Déterminer la dérivée de* g *sur* $]0;+\infty[$.

c) *Soir* r *un rationnel non nul,* h *une fonction dérivable et strictement positive sur un intervalle* K. *Démontrer que la fonction* h^r *est dérivable sur K et que sa dérivée est* $rh'h^{r-1}$.

3) (Cf) *est la courbe de la fonction définie sur R par :* $f(x)=(1-x)^4$.

a) Etudier la concavité de (Cf)

b) Ecrire l'équation cartésienne de (Δ), la tangente à (Cf) *en A d'abscisse 0.*

en déduire que $\forall x\in IR$, $1-4x\leq(1-x)^4$

__Examinateur:__ Alex Manga Djoubaina

Le lézard fait toujours la pompe mais n'a jamais eu de biceps