COLLEGE DE MAZENOD			
DÉPARTEMENT DE MATHÉMATIQUES			
Troisième Évaluation	Classes : Père D-TI	Année scolaire 2020-2021	Date :
Épreuve de mathématiques	Durée : 3h	Coef : 4	06/01/2021

PARTIEA : EVALUATION DES RESSOURCES/15 points

EXERCICE 1 : (5 points)

ABCD est un rectangle tel que BC = 6 cm et BA = 8 cm. Les points I, J et K sont tels que $\overrightarrow{BJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$; I= $bar\{(A;-1),(C;4)\}$ et K = $bar\{(A;-1),(B;2),(C;4),(D,1)\}$.

1. Écrire le point J comme barycentre des points B et D affectés des coefficients que l'on précisera. **0.5pt**
2. En déduire que K est le milieu du segment $[IJ]$. **0.5pt**
3. Construire le rectangle ABCD puis placer les points I, J et K. **0.75pt**
4. Montrer que : $JB^2 = \frac{100}{9}$. **0.75pt**

a) Montrer que $2BM^2 + DM^2 = 3JM^2 + \frac{200}{3}$ pour tout point M du plan. **0.5pt**

b) Déterminer et construire l'ensemble (Γ) des points M du plan tel que $2BM^2 + DM^2 = 100$. **0.75pt**

c) Montrer que $4\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MI}$ et que $2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD} = 3\overrightarrow{MJ}$ pour tout point M du plan. **0.5pt**

d) Déterminer et construire l'ensemble (Ω) des points M du plan tel que :
$\|4\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MA}\| = \|2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MD}\|$. **0.75pt**

EXERCICE 2 : (4.25points)

1. a) Vérifier que : $\sqrt{3+2\sqrt{2}} = 1+\sqrt{2}$. **0.25pt**

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2x^2 + (1-\sqrt{2})x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$. **0.5pt**

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $2x^2 + (1-\sqrt{2})x - \frac{\sqrt{2}}{2} > 0$. **0.5pt**

2. a) Déduire de la question 1.b la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation :
$$2\cos^2 x + (1-\sqrt{2})cosx - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.$$ **1pt**

b) Représenter sur le cercle trigonométrique les images des solutions de cette équation. **1pt**

3. Déduire de la question 1.c la résolution dans l'intervalle $]-\pi;\pi]$ de l'inéquation :
$$2\cos^2 x + (1-\sqrt{2})cosx - \frac{\sqrt{2}}{2} \geq 0.$$ **1pt**

EXERCICE 3 : (3.75 points)

1) On pose : $A = \cos^2\frac{\pi}{8} + \cos^2\frac{3\pi}{8} + \cos^2\frac{5\pi}{8} + \cos^2\frac{7\pi}{8}$ et $B = \sin^2\frac{\pi}{8} + \sin^2\frac{3\pi}{8} + \sin^2\frac{5\pi}{8} + \sin^2\frac{7\pi}{8}$.

a) Calculer $A + B$ et $A - B$. **1.5pt**

b) En déduire A et B. **0.5pt**

2. On considère l'équation (E) : $\tan^2 x + (\sqrt{3}-1)tanx - \sqrt{3} = 0$.

a) Vérifier que : $4 + 2\sqrt{3} = (\sqrt{3}+1)^2$. **0.25pt**

b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 + (\sqrt{3}-1)x - \sqrt{3} = 0$. **0.5pt**

c) En déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'équation (E). **1pt**

EXERCICE 4 : (2 points)

1. Déterminer l'ensemble de définition de chacune de fonctions numériques f, g et h définies de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : **1.5pt**

a) $f(x) = \frac{2x^2-1}{|x|-1}$; b) $g(x) = \sqrt{2x^2 - x - 3}$; c) $h(x) = \frac{cosx}{2sinx-1}$.

2. Déterminer la restriction sur $A =]-\infty; 0]$ de la fonction $f(x) = \frac{2x^2-1}{|x|-1}$ et donner l'ensemble de définition de cette restriction. **0.5pt**

PARTIEB : EVALUATION DES COMPETENCES/4.5 points

Situation :

Le fleuriste Jonas voudrait construire un parterre de fleurs ayant la forme d'un secteur circulaire (***figure 2***). Pour cela son papa, M. Albert lui a donné un espace dans sa plantation. Jonas essaye de se souvenir de l'emplacement exact de la plantation de papa. Il sait qu'elle a la forme d'un carré et que :

- La plantation possède une entrée au milieu de chacun de ses cotés.
- Un arbre se trouve à 20 mètres de l'entrée Nord et à l'extérieur de la plantation.
- Cet arbre est visible d'un point que l'on atteint en faisant 14 mètres vers le sud à partir de la porte sud puis 1775 mètres vers l'ouest.***(figure 1).***

Pour l'espace, ayant la forme d'un secteur circulaire, que Jonas va occuper, son papa lui a remis 100 mètres de fil de fer pour l'entourer. Jonas, fin mathématicien, va choisir le rayon **r** pour que la surface de son parterre soit la plus grande possible.

A l'intérieur de son parterre, Jonas crée un espace (***triangle PQR***) pour y planter les tulipes. La longueur du fil (QIJ) est de $10\sqrt{2}$ mètres et on a $2sin\alpha sin\beta = 1$ ***(figure 3).***

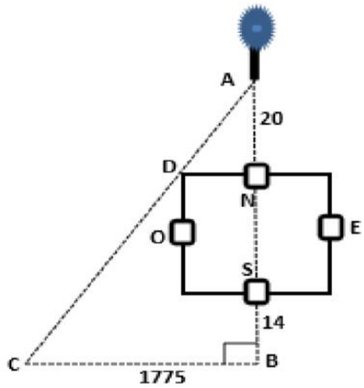


Figure 1

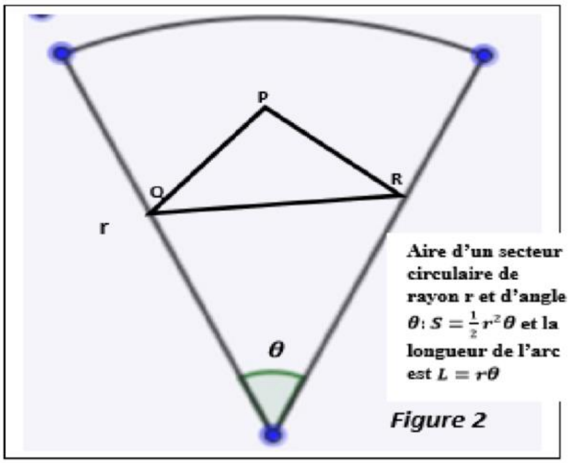
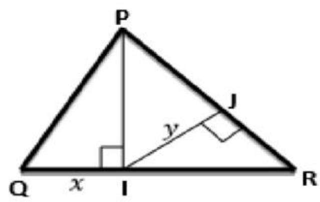


Figure 2



$PQ = IR = 10$; $QI = x$; $IJ = y$; $\widehat{QPI} = \alpha$ et $\widehat{IRJ} = \beta$.

Figure 3

Tâche :

1- Déterminer l'aire de la plantation de M. Albert. *1,5pt*

2- Déterminer l'aire du parterre de fleur de Jonas. *1,5pt*

3- Déterminer l'aire de la zone réservée à la culture des tulipes. *1,5pt*

<u>Présentation</u> : **0.5pt**

Examinateur : ***M. NOUMSSI***